

# АНАЛІЗ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ПОЛОЖЕННЯ ЗВОРОТНОГО МАЯТНИКУ З ІЄРАРХІЧНИМ КЕРУВАННЯМ НЕЧІТКИМ КОНТРОЛЕРОМ

**Божок О.В., студент, Красношарпа Н.Д., к.т.н., доцент**

*КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу*

**Вступ.** Система стабілізації положення зворотного маятника являє собою класичну задачу динаміки в теорії керування, завдання якої полягає в підтриманні об'єкта в своєму крайньому верхньому положенні  $\theta = 0$ .

Рівняння динаміки руху досліджуваного об'єкта можна вивести через рівняння Лагранжа [1]:

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta &= F; \\ (I + ml^2)\ddot{\theta} + f_{\theta}\dot{\theta} - mgl \sin \theta &= -ml\ddot{x} \cos \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $M$  – маса каретки,  $m$  – маса маятника,  $l$  – довжина маятника,  $I$  – момент інерції стрижня маятника (є відносно малою величиною і зазвичай приймається рівною нулю),  $F$  – прикладена сила до каретки,  $\theta$  – кут повороту маятника,  $b$  – коефіцієнт тертя руху каретки,  $f_{\theta}$  – коефіцієнт тертя в точці з'єднання обертальної частини маятника.

Однією з головних проблем керування даним об'єктом є його нелінійність. Для керування системою застосовуються різні методи. Одні з них передбачають лінеаризацію математичного опису зворотного маятника (ПІД регулятор, лінійно квадратичний регулятор (LQR)) [2], або використання нелінійної системи (нейронні мережі, машинне навчання, генетичні алгоритми). Кожен з таких підходів мають свої переваги і недоліки. В статті [1] розглядалась система стабілізації положення з використанням LQ-регулятора. Із розвитком можливостей обчислювальної техніки все більшого застосування для керування нелінійними системами набувають нечіткі регулятори. Проте, чим складнішим є об'єкт керування, тим більше правил необхідно вносити в базу знань, що ускладнює роботу з такими системами. Одним із способів вирішення цієї проблеми є використання ієрархічної структури нечіткого контролера.

**Мета роботи.** Провести порівняльний аналіз ієрархічних структур системи стабілізації положення зворотного маятника з використанням нечіткого контролера.

## **Матеріали дослідження.**

В основі методу прийняття нечіткого рішення лежить процес фазифікації, перетворення вхідної величини в значення в діапазоні  $[0, 1]$  за допомогою функцій належності. Далі дані проходять через набір нечітких правил, після чого відбувається процес дефазифікації. На виході отримуємо знову чітку величину. Математичний апарат нечіткого контролю має багато методів математичного обрахунку прийняття нечітких рішень, однак найбільш

поширені на даний час методи Мамдані та Сугено. Різниця між ними полягає в методі дефазифікації.

В нечіткій логіці Сугено побудова вихідного сигналу може залежати від вхідного сигналу. Вихідна функція для кожного правила має вигляд:

$$z = ax + by + c, \quad (2)$$

де  $a, b, c$  – коефіцієнти які налаштовуються за допомогою нейронної мережі Anfis, або виставляються користувачем,  $x$  та  $y$  – вхідні сигнали.

Значення на виході фазі-контролера дорівнює:

$$u = \frac{\sum_{i=1}^Q w_i z_i}{\sum_{i=1}^Q w_i}, \quad (3)$$

де  $w_i$  – ваговий коефіцієнт, який визначається правилом-функцією, що задає користувач,  $Q$  – кількість правил бази знань.

Метод Мамдані зручно використовувати для двох вхідних змінних, коли їх стає більше, процес побудови бази правил є складною задачею.

Використання методу Сугено дозволяє використовувати налаштування коефіцієнтів вихідної функції за допомогою нейронної мережі Anfis, в якості еталонних даних для налаштування якої використовувався LQ-регулятор, оскільки такий підхід дозволяє чисельними методами отримати оптимальний закон керування для лінеаризованої системи.

В системі стабілізації положення зворотного маятника є чотири вихідних величини: кутове положення маятника  $\theta$ , похідна кутового положення  $\dot{\theta}$ , положення каретки  $x$  та похідна положення  $\dot{x}$ . Тому нечіткий контролер повинен мати 4 вхідних сигнали. При  $n = 4$  вхідних змінних та  $q = 5$  нечітких множин, визначених для кожної вхідної змінної, в базі є 625 правил:  $q^n = 5^4 = 625$ . Очевидно, що існує лише одна можлива топологія нечіткої системи з одним варіантом переліку всіх функцій належності для всіх вхідних змінних для введення в набір нечітких правил. Налаштування контролера з 625 правилами може зайняти тривалий час, тому виникає проблема зниження розмірності бази правил. Одним з можливих варіантів рішення цієї проблеми є ієрархічне підключення нечітких блоків керування.

Число правил в ієрархічній нечіткій системі є лінійною функцією числа вхідних змінних. Нехай припустимо, що в  $L$ -шаруватій структурі є  $n_1$  вхідних змінних. Для кожної вхідної змінної є нечіткі множини, пов'язані з цією змінною. Припустимо далі, що в першому шарі є  $n_1$  вхідні змінні,  $2 \leq n_1 < n$  та  $n_i + 1$  в  $i$ -му шарі,  $n_i \geq 1$ . Якщо  $n_1 = n_i + 1 = c$  кількість вхідних змінних є постійним для  $i = 2, \dots, L$ , то загальна кількість правил у ієрархічній нечіткій системі визначається співвідношенням:

$$Q = \frac{q^c}{c-1} (n-1). \quad (4)$$

Крім того, якщо  $q \geq 2$ , то кількість правил  $Q$  мінімізується при  $c = 2$ , що означає, що у кожному шарі є дві вхідних змінних [2].

В даній статті розглянуті декілька ієрархічних топологій підключення нечітких контролерів, а саме двошарова, тришарова та чотиришарова (рис. 1).

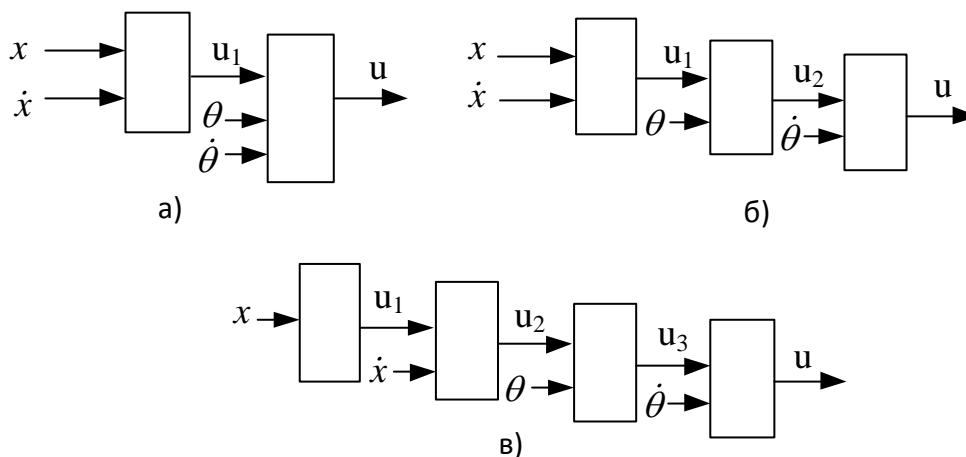


Рисунок 1 – Ієрархічні типи підключень нечітких блоків керування  
а) двошарова схема підключення, б) тришарова, в) чотиришарова.

В двошаровій структурі перший блок має 2 входи, другий блок – 3 і т.д. Всього необхідно визначити 175 правил. Тришарова топологія має три блоки: по 2 входи в першому блоці ( $5 \times 5 = 25$  правил), а в наступних по  $7 \times 5 = 35$  правил, сумарно – 95. Розглянемо чотиришарову топологію, де всі, окрім першого блоку, мають  $7 \times 5 = 35$  правил, перший блок має 1 вхід та 5 правил, щоб як результат виводити перше наближення значення вихідного сигналу.

Були проведені дослідження перехідних процесів при відпрацюванні заданого сигналу системою керування з LQ-регулятором, дво-, три- та чотиришаровими топологіями нечіткого контролера, структурна схема якої наведена на рис. 2. Результати моделювання представлені на рис. 3. Їх отримано при наступних параметрах системи стабілізації положення зворотного маятника  $M = 0,2$  кг,  $m = 0,3$  кг,  $l = 0,2$  м,  $I = 0$ ,  $F_{max} = 1,3$  Н.

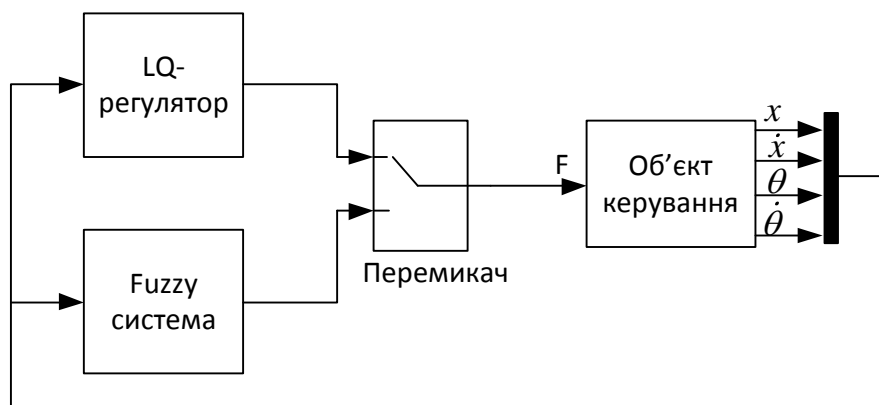


Рисунок 2 – Структурна схема системи стабілізації положення зворотного маятника

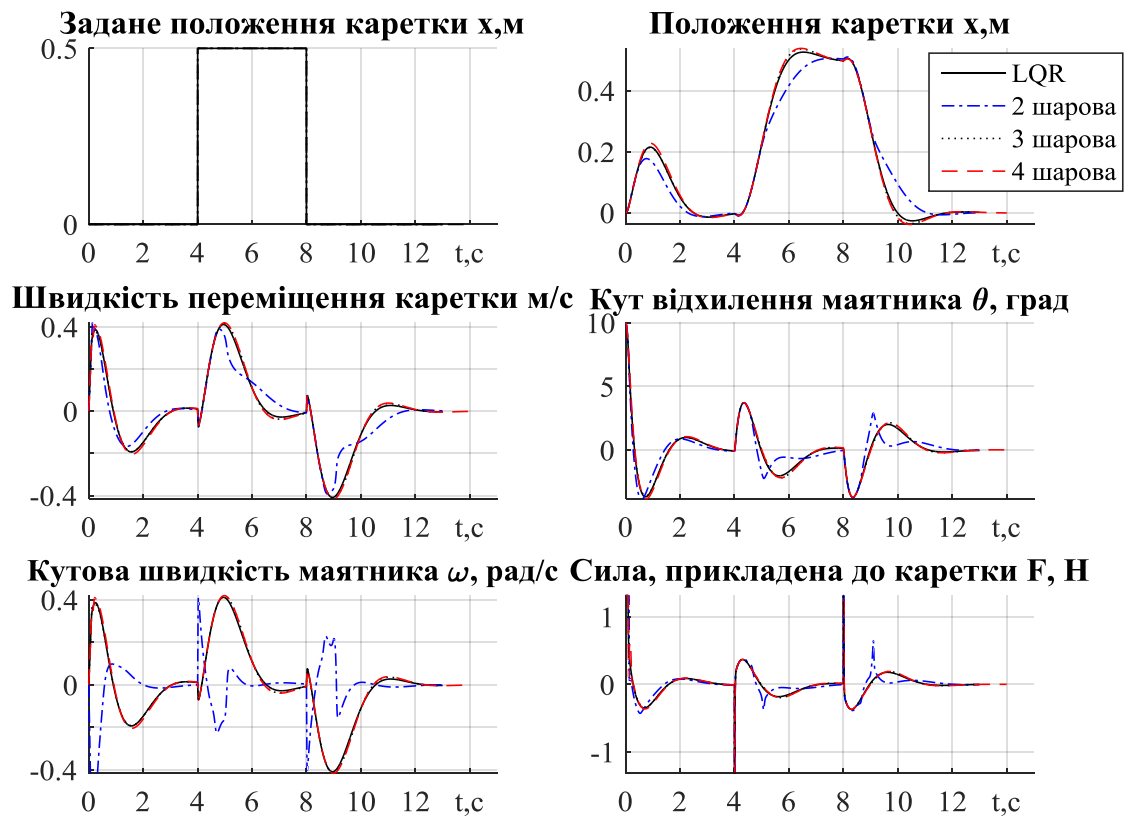


Рисунок 3 – Графіки перехідних процесів в системі з LQR регулятором, дво-, три- та чотиришаровими топологіями підпорядкованого керування нечітким контролером.

Аналіз отриманих результатів показує, що при налаштуванні параметрів нечіткого регулятора за допомогою лінеаризованого LQ-регулятора, перехідні процеси при використанні три- та чотиришарової топологій нечіткого контролера достатньо точно збігаються. При використанні двошарової топології зникло перерегулювання перехідного процесу стабілізації положення каретки, при цьому час перехідного процесу не змінився.

**Висновки.** Було розглянуто різні типи ієрархічних підключень нечітких контролерів для зменшення розмірності бази правил (знань) системи. Перехідні процеси при використанні три- та чотиришарових топологій збігаються як між собою, так і з застосуванням LQ-регулятора. Тому можна зробити висновок, що чотиришарова ієрархія побудови нечіткого регулятора є надлишковою. Використання двошарової топології дозволяє усунути перерегулювання положення каретки при незмінному часі перехідного процесу.

#### Перелік посилань

1. Божок О. В. Сучасні підходи до вирішення задачі стабілізації зворотного маятника [Електронний ресурс] / О. В. Божок, С. С. Димко // Міжнародний науково-технічний журнал "Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики". – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <http://jour.fea.kpi.ua/article/download/131245/127093>
2. Wang, L.X. (1997). A Course in fuzzy systems and control. Prentice Hall, NJ, USA.