

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІФТОВОЇ УСТАНОВКИ З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ КАНАТІВ

Островерхов М.Я., доц.; Славутська Р.В., магістрантка

кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Одним з основних напрямків в електромеханіці є підвищення якості керування складних об'єктів, що мають розподілені маси та пружні зв'язки в кінематичному ланцюзі. Це дозволяє проводити технологічний процес у заданому режимі з одночасним зменшенням перевантаження елементів, підвищенням надійності, збільшенням терміну служби механізмів, покращенням техніко-економічних показників [1].

Підвищення точності позиціонування підйомних установок дозволяє покращити комфорт, зменшити вірогідність небезпечних ситуацій, збільшити продуктивність й знизити енерговитрати. Невиробничі втрати часу на підйомних установках за статистичними даними складають 20-25 %, в тому числі втрати обумовлені зниженням точності позиціонування 10-15 % [2].

Постановка задачі дослідження. Метою роботи є підвищення якості керування ліфтової установки шляхом розробки уточненої математичної моделі з урахуванням розподіленої маси та пружності канатів. Це дозволить синтезувати систему автоматичного керування ліфтовою установкою з підвищеною точністю позиціонування.

Матеріали досліджень. Розрахункова кінематична схема врівноваженої підйомної установки представлена на рис. 1, де позначено: *Ш* – шків тертя; *Р* – редуктор; *Д* – електродвигун; *П1* – протизага; *П2* – кабіна; *К* – тяговий канат; *ВК* – врівноважувальний канат.

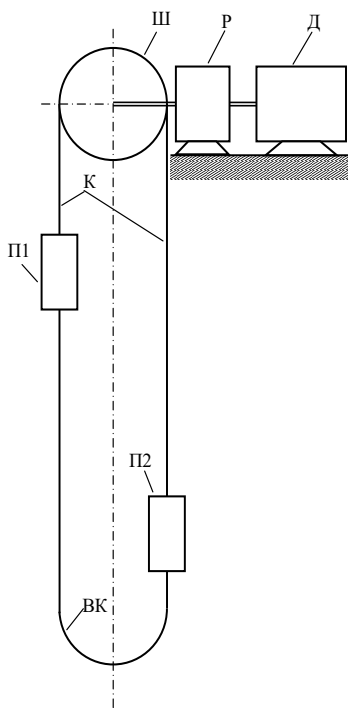


Рис. 1 – Кінематична схема

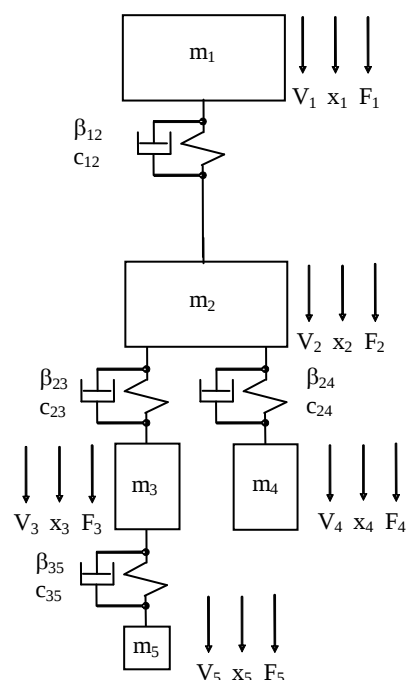


Рис. 2 – Розрахункова схема

Для вирішення задачі підвищення точності позиціонування узагальненою координатою математичної моделі є положення кабіни, тому основною ділянкою шляху підйомної посудини, що підлягає детальному дослідженню, є перехідний процес при уповільненні установки.

Дуже важливим є врахування достатньо суттєвої розподіленої маси канатів, яка замінюється еквівалентною зосередженою на основі метода приведення по найменшій частоті коливань. При цьому тяговий канат приводиться шляхом додавання $1/3$ своєї маси до маси підйомної посудини та шківів, а врівноважувальний канат – додаванням $2/3$ маси до посудини і $2/5$ – до додаткової маси, що створюється з нього [2]. Таким чином, розрахункова схема при приведенні до лінійної швидкості кабіни представляється п'ятимасовою розгалуженою схемою, рис. 2. На схемі позначено: c_{12} та β_{12} – жорсткість та коефіцієнт демпфірування валу між редуктором та двигуном; c_{23}, c_{24}, c_{35} та $\beta_{23}, \beta_{24}, \beta_{35}$ – жорсткості та коефіцієнти демпфірування лівої й правої гілок тягового каната та врівноважувального каната; V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 та x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – лінійні швидкості та переміщення мас; F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 – зусилля, що діють на маси.

Маса m_1 представляє собою приведену масу двигуна

$$m_1 = m'_{\partial\partial} = J_{\partial\partial} \left(\frac{2i}{D_{ш}} \right)^2 \quad (1)$$

де $J_{\partial\partial}$ – момент інерції двигуна; $D_{ш}$ – діаметр шківів; i – коефіцієнт передачі редуктора.

Маса m_2 складається з приведеної маси редуктора й шківів та $1/3$ маси правої й лівої гілки тягового каната

$$m_2 = m'_{ред} + m'_{ш} = J_p \left(\frac{2i}{D_{ш}} \right)^2 + J_{ш} \left(\frac{2i}{D_{ш}} \right)^2 + p n_k (L_n + L_l) / 3 \quad (2)$$

де $J_p, J_{ш}$ – момент інерції редуктора та шківів; L_n, L_l – довжина правої та лівої гілки тягового каната; p – погонна маса одного тягового каната; n_k – кількість паралельних гілок тягового каната.

Маса m_3 вміщує масу противаги П1, $1/3$ маси лівої гілки тягового каната та $2/3$ маси врівноважувального каната

$$m_3 = m_{i1} + p n_k L_{\tilde{e}} / 3 + 2 p_x n_x L_{\tilde{e}\tilde{e}} / 3 \quad (3)$$

де p_x – погонна маса одного врівноважувального каната; n_k – кількість паралельних гілок врівноважувального каната; $L_l, L_{хк}$ – довжина лівої гілки тягового та врівноважувального каната.

Маса m_4 складається з маси кабіни П2, вантажу й $1/3$ маси правої гілки тягового каната

$$m_4 = m_{n2} + m_{вант} + p n_k L_n / 3 \quad (4)$$

Додаткова маса m_5 створюється $2/5$ маси врівноважувального каната

$$m_5 = 2 p_x n_x L_{хк} / 5 \quad (5)$$

Загальною формою запису диференціальних рівнянь, які описують рух такої механічної системи, є відоме рівняння Лагранжа 2-го роду [3,4]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W_K}{\partial q_i} = Q_i' - \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial q_i} - \frac{\partial W_D}{\partial \dot{q}_i} \quad (6)$$

де W_K – кінетична енергії системи; W_{Π} – потенціальна енергії системи; W_D – енергія дисипації системи; Q_i' – узагальнена сила; q_i – узагальнена координата; $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$ – узагальнена швидкість; i – кількість рівнянь,

яка визначається степенем вільності механічної системи.

Кожна маса на схемі установки рухається за однією координатою, тобто має одну степінь вільності, тому кількість рівнянь дорівнює кількості мас розрахункової схеми $i=5$. Узагальненою координатою та швидкістю для поступального руху мас даної системи є лінійне переміщення $q_i = x$ [м] та лінійна швидкість $\dot{q}_i = V$ [м/с].

Для складання рівнянь відповідно до (6) записується кінетична енергія системи

$$W_K = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2} + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_5^2}{2} \quad (7)$$

потенціальна енергія

$$W_{\Pi} = \frac{c_{12}(x_1 - x_2)^2}{2} + \frac{c_{23}(x_2 - x_3)^2}{2} + \frac{c_{24}(x_2 - x_4)^2}{2} + \frac{c_{35}(x_3 - x_5)^2}{2} \quad (8)$$

та енергія дисипації

$$W_D = \frac{\beta_{12}(V_1 - V_2)^2}{2} + \frac{\beta_{23}(V_2 - V_3)^2}{2} + \frac{\beta_{24}(V_2 - V_4)^2}{2} + \frac{\beta_{35}(V_3 - V_5)^2}{2} \quad (9)$$

Узагальнені сили, що діють на кожну масу мають значення

$$\begin{aligned} Q_1' &= F_1 \\ Q_2' &= F_2 \\ Q_3' &= F_3 \\ Q_4' &= F_4 \\ Q_5' &= F_5 \end{aligned} \quad (10)$$

Після підстановки (7)-(10) у рівняння Лагранжа (6) отримується система диференціальних рівнянь (11), що описує механічну частину ліфтової установки та її рух відносно підйомних посудин

$$\begin{aligned}
m_1 \frac{dV_1}{dt} &= F_1 - c_{12}(x_1 - x_2) - \beta_{12}(V_1 - V_2) \\
m_2 \frac{dV_2}{dt} &= F_1 + c_{12}(x_1 - x_2) + \beta_{12}(V_1 - V_2) - c_{23}(x_2 - x_3) - c_{24}(x_2 - x_4) - \\
&\quad - \beta_{23}(V_2 - V_3) - \beta_{24}(V_2 - V_4) \\
m_3 \frac{dV_3}{dt} &= F_3 + c_{23}(x_2 - x_3) - c_{35}(x_3 - x_5) + \beta_{23}(V_2 - V_3) - \beta_{35}(V_3 - V_5) \\
m_4 \frac{dV_4}{dt} &= F_4 + c_{24}(x_2 - x_4) + \beta_{24}(V_2 - V_4) \\
m_5 \frac{dV_5}{dt} &= F_5 + c_{35}(x_3 - x_5) + \beta_{35}(V_3 - V_5)
\end{aligned} \tag{11}$$

Висновки. Таким чином, рівняння (11) представляє собою уточнену математичну модель ліфтової установки в координатах кабіни, яка враховує пружність канатів й сили внутрішнього в'язкого тертя. Отримана модель дозволяє здійснити аналіз якості керування електромеханічної системи автоматизації підйомної установки для різних режимів роботи, в тому числі за точністю позиціонування.

Перелік посилань

1. Осычев А.В., Королева О.В. Подавление упругих колебаний в электроприводе подъема мостового крана с учетом прогиба моста и деформации грузовых канатов // Вісник НТУ "Харківський політехнічний інститут". – 2008. – № 30. – С.190–194.
2. Католиков В.Е., Динкель А.Д., Седуни А.М. Автоматизированный электропривод подъемный установок глубоких шахт. – М.: Недра, 1983. – 270 с.
3. Теорія електропривода/ За ред. М.Г.Поповича. – К.: Вища школа, 1993. – 494 с.
4. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.