

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА В СИСТЕМІ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ ДЛЯ НЕСТІЙКОГО ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

Кудін В.Ф., проф.; Нікітенко О.В., магістрант

кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Задача синтезу субоптимального регулятора для нестійких об'єктів є дуже актуальною на сьогоднішній день і знаходить відображення в багатьох публікаціях відомих вчених і науковців[1-3]. В даному випадку, ставиться задача пошуку закону оптимального керування для системи кутової стабілізації з електрогідравлічним рульовим приводом балістичної ракети методом динамічного програмування Беллмана. Регулятор має забезпечувати стійкість системи при відпрацюванні початкових умов, мінімальну енергію керування та високі показники якості перехідного процесу. Структурна схема досліджуваної САК показана на рисунку 1[4]:

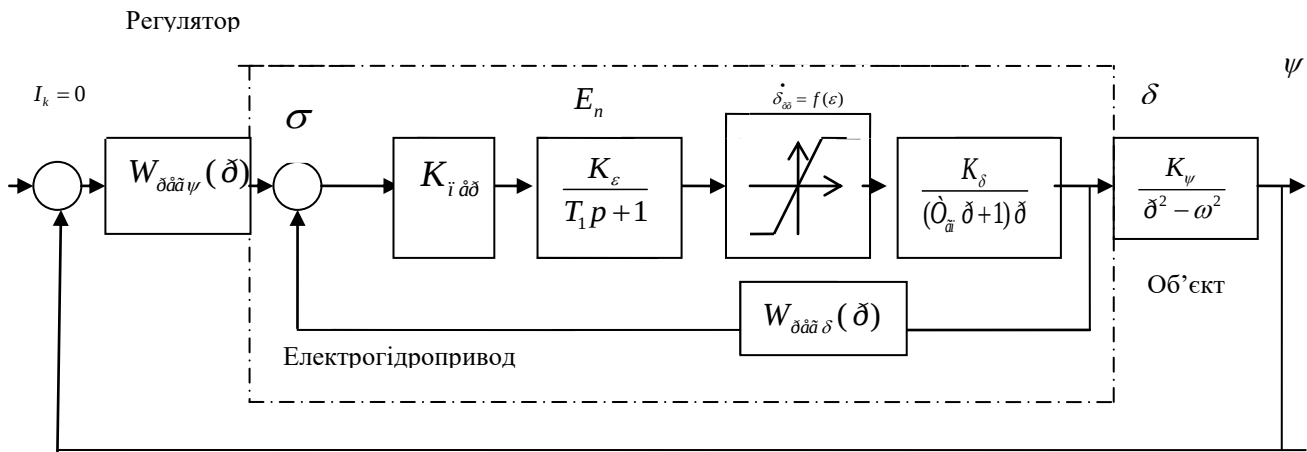


Рисунок 1 – Структурна схема САК

$$K_{i\ddot{\alpha}\delta} = 250;$$

$$x_{1m} = 0.05 \text{ рад};$$

$$x_1 = \delta;$$

$$\hat{E}_\epsilon = 0.002;$$

$$x_{2m} = 0.5 \text{ рад/с};$$

$$x_2 = \dot{\delta};$$

$$T_1 = 0.025 \text{ с};$$

$$\sigma_m = 0.2 \text{ А};$$

$$K_\delta = 10;$$

$$T_{\ddot{\alpha}} = 0.04 \text{ с}.$$

$f(\epsilon)$ - нелінійність типу насичення, яку можна в діапазоні діючих частот замінити коефіцієнтом лінеаризації $h=15$ [4].

Коротко приведемо рішення задачі синтезу регуляторів.

Так як частота контуру привода набагато вища, ніж частота об'єкта керування, то відокремимо контур привода і синтезуємо для нього регулятор. Запишемо передаточну функцію розімкненого контуру привода.

$$W_{\delta i \zeta}(p) = \frac{K_{i\ddot{\alpha}\delta} \cdot K_\epsilon \cdot K_\delta \cdot h}{(T_1 p + 1)(T_{\ddot{\alpha}} p + 1)p} = \frac{K_{i\ddot{\alpha}\delta} \cdot K_\epsilon \cdot K_\delta \cdot h}{T_1 T_{\ddot{\alpha}} p^3 + (T_{\ddot{\alpha}} + T_1) p^2 + p};$$

$$T_1 T_{\ddot{a}} = 0.001 \ll (T_1 + T_{\ddot{a}}) = 0.065;$$

Апроксимуємо ланку ланкою

$$W_{\delta i \zeta} = \frac{K_{i \ddot{a} \delta} \cdot K_{\varepsilon} \cdot K_{\delta} \cdot h}{T_1 T_{\ddot{a}} p^3 + (T_{\ddot{a}} + T_1) p^2 + p}$$

$$W_{\delta i \zeta}(p) = \frac{K_{i \ddot{a} \delta} \cdot K_{\varepsilon} \cdot K_{\delta} \cdot h}{((T_{\ddot{a}} + T_1) p + 1) p} = \frac{K}{(T p + 1) p} = \frac{75}{(0.065 p + 1) p}.$$

Математична модель електропривода запишеться наступним чином:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a x_2 + b u \end{cases} \quad \text{де } a = \frac{1}{T} = 15.38 \quad ; \quad b = \frac{K}{T} = 1153.84; \quad (1)$$

Математична модель об'єкта керування:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{\phi}_2 = \omega_0^2 \tilde{\phi}_1 + K_{\psi} \sigma \end{cases} \quad (2)$$

Повна модель системи стабілізації при $W_{\delta \ddot{a} \delta}(\delta) = K_{33} = 20$:

$$W(p) = \frac{K}{\frac{T}{K K_{33}} p^2 + \frac{1}{K K_{33}} p + 1} \cdot \frac{K_{\psi}}{p^2 - \omega_0} = \frac{K K_{\psi}}{\frac{T}{K K_{33}} p^4 + \frac{1}{K K_{33}} p^3 + p^2 - \frac{T \omega_0}{K K_{33}} p^2 - \frac{\omega_0}{K K_{33}} p - \omega_0};$$

Виконаємо синтез регулятора привода.

Оберемо неквадратичний критерій оптимальності виду:

$$\min_u I = \int_0^{\infty} (\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1^4 + \alpha_4 x_2^4 + c u^2) dt$$

Тут α_1, α_2, c - вагові константи, x_1, x_2 - фазові змінні стану.

Запишемо функціональне рівняння Беллмана для заданої системи диференціальних рівнянь та обраного критерію оптимальності:

$$\min_u [\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1^4 + \alpha_4 x_2^4 + c u^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} (-a x_2 + b u)] = 0; \quad (3)$$

Візьмемо похідну по u та вираз для нього:

$$u = -\frac{b}{2c} \frac{\partial V}{\partial x_2};$$

Підставимо u в рівняння (3):

Отримане рівняння називають рівнянням Гамільтона-Якобі або рівнянням в частинних похідних.

Вагові константи функціонала знаходять, користуючись наступним співвідношенням:

$$\alpha_i = \left(\frac{1}{x_{i \max}} \right)^2 \quad c = \left(\frac{1}{\sigma_{\max}} \right)^2$$

Виходячи з постановки задачі маємо:

$$\alpha_1 = \left(\frac{1}{x_{1m}} \right)^2 = \left(\frac{1}{0.05} \right)^2 = 400; \quad \alpha_2 = \left(\frac{1}{x_{2m}} \right)^2 = \left(\frac{1}{0.5} \right)^2 = 4; \quad c = \left(\frac{1}{\sigma_m} \right)^2 = \left(\frac{1}{0.2} \right)^2 = 25;$$

З системи рівнянь Ріккаті отримуємо:

$$K_{12} = 0.0867;$$

$$K_{22} = 0.01001;$$

Рівняння оптимального регулятора має вигляд:

$$u = -\frac{b}{2c} \frac{\partial V}{\partial x_2} = -\frac{b}{c} (k_{12}x_1 + k_{22}x_2);$$

Підставивши значення коефіцієнтів маємо:

$$u = -12.014x_1 - 0.398x_2;$$

Передаточна функція лінійного регулятора:

$$W_{p\ddot{a}\ddot{a}\delta}(p) = 0.398p + 12.014;$$

Підставивши частинні похідні від четвертинної форми в рівняння (3) і прирівнявши коефіцієнти при однакових степенях отримаємо систему з 5ти лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язуючи систему рівнянь в пакеті Mathcad v.14 отримаємо наступні значення коефіцієнтів:

$$K1=1.76501;$$

$$K2= 4.86 \cdot 10^{-4};$$

$$K3= 0.00354 ;$$

$$K4= 0.06881;$$

$$K5= 0.23195.$$

Рівняння оптимального регулятора з урахуванням неквадратичного критерію оптимальності має вигляд:

$$\begin{aligned} u_1 &= -\frac{b}{2c} \frac{\partial V}{\partial x_2} = -\frac{b}{c} (k_{12}x_1 + k_{22}x_2 + 2K_2x_1^3 + 2K_3x_2^3 + 6K_4x_1^2x_2 + 6K_5x_2^2x_1) = \\ &= -46.12(0.26019x_1 + 0.00866x_2 + 2 \cdot 4.86 \cdot 10^{-4}x_1^3 + 2 \cdot 0.00354x_2^3 + \\ &+ 6 \cdot 0.06881x_1^2x_2 + 6 \cdot 0.23195x_2^2x_1) \end{aligned}$$

Аналогічним методом синтезуємо регулятор для системи (2):

$$u_2 = -\frac{K^2}{4c} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_2'} = -\frac{K^2}{4c} \cdot [2K_{12} \cdot x_1' + 2K_{22} \cdot x_2' + K_{42} \cdot x_1'^3 + 2K_{43} \cdot x_1'^2 \cdot x_2' + 3K_{44} \cdot x_1' \cdot x_2'^2 + 4K_{45} \cdot x_2'^3];$$

$$u_2 = -[50.5 \cdot x_1' + 28 \cdot x_2' + 12.1 \cdot x_1'^3 + 5064 \cdot x_1'^2 \cdot x_2' + 6498 \cdot x_1' \cdot x_2'^2 + 2019 \cdot x_2'^3];$$

Остаточно:

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = -12.014x_1 - 0.398x_2 + 0.0224x_1^3 - 0.1634x_2^3 - 3.1655x_1^2x_2 - 10.6701x_2^2x_1 - \\ &- [50.5 \cdot x_1' + 28 \cdot x_2' + 12.1 \cdot x_1'^3 + 5064 \cdot x_1'^2 \cdot x_2' + 6498 \cdot x_1' \cdot x_2'^2 + 2019 \cdot x_2'^3] \end{aligned}$$

Тут $x_1 = \psi$; $x_2 = \dot{\psi}$; $x_1' = \delta$; $x_2' = \dot{\delta}$.

Дослідимо динаміку замкнутої оптимізованої системи методом цифрового моделювання за допомогою пакета Matlab v.7. Будемо спостерігати реакцію системи на відпрацювання початкових умов по куту рискання ψ .

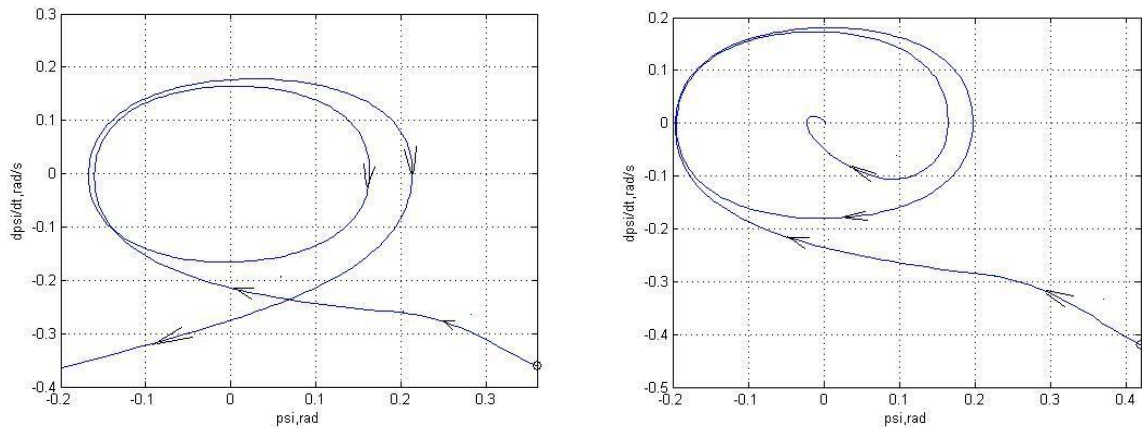


Рисунок 2 - Фазовий портрет при лінійному та нелінійному регуляторах

Бачимо, що нелінійний регулятор (справа) забезпечує стійкість системи в більш широкому діапазоні початкових умов ніж лінійний (зліва). При лінійному регуляторі границя стійкості досягається при 0.375 рад., а при нелінійному – при 0.415 рад. Це розширення зони притягнення початкових умов є дуже важливим в процесі керування нестійкими об'єктами.

Перелік посилань

1. Степаньянс Г.А., Тарарощенко Н.С. О структуре законов управления, обеспечивающих асимптотическую устойчивость систем управления неустойчивыми объектами. Доклады АН СССР, т.193, №4, 1970г.
2. Минкин Ю.Б. Об устойчивости в большом движущихся собственно неустойчивых объектов. Электромеханика, Известия ВУЗов №7, 1989г.
3. Воронков В.С., Синтез робастного нелинейного управления неустойчивыми объектами. Известия РАН. Теория и системы управления №6, 1996г.
4. Александров Є.Є., Козлов Е.П., Кузнецов Б.І. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами, том 2, автоматичне керування рухом літальних апаратів. - Х.: НТУ ХПІ, 2006.