

ФУНКЦІЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА: ЧАСТИНА ДРУГА - ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКСПОНЕНЦІЙНОЇ СТІЙКОСТІ

Пересада С.М. д.т.н., проф., Кононенко Н.С. магістрантка

НТУУ «КПІ», кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. У частині першій цієї статті [1] показано, що функція Ляпунова для узагальненого електромеханічного перетворювача, яка сформована у вигляді його повної енергії, не є зручною для використання в задачах керування. Складність енергетичної функції Ляпунова полягає у її залежності від кутового положення ротора, оскільки матриця індуктивностей узагальненої машини є функцією просторового положення статора відносно ротора.

Із сучасної теорії електромеханічного перетворення відомо, що залежність правої частини диференціальних рівнянь моделі машини від кутового положення може бути виключена за рахунок перетворення Блондел-Парка[2]. Завдяки цьому перетворенню фізичні змінні статора і ротора перетворюються до віртуальних, які представлені в одній системі координат. Стандартно використовується система координат (d-q), яка обертається з довільною кутовою швидкістю ω_0 ([3], стор. 345).

Метою цієї роботи є формування універсальної функції Ляпунова електричної підсистеми асинхронного двигуна для використання її в задачах синтезу та аналізу нелінійних електромеханічних систем.

Матеріали результатів досліджень. Після перетворення змінних узагальненої електричної машини в систему координат (d-q), що обертається з довільною кутовою швидкістю ω_0 , рівняння руху електричної підсистеми асинхронного двигуна запишуться у вигляді ([3], стор. 354)

$$\begin{aligned}\dot{i}_d &= -\gamma i_d + \omega_0 i_q + \alpha \beta \psi_d + \beta \omega \psi_q \\ \dot{i}_q &= -\gamma i_q + \omega_0 i_d + \alpha \beta \psi_q + \beta \omega \psi_d \\ \dot{\psi}_d &= -\alpha \psi_d + \omega_2 \psi_q + \alpha L_m i_d \\ \dot{\psi}_q &= -\alpha \psi_q + \omega_2 \psi_d + \alpha L_m i_q,\end{aligned}\tag{1}$$

де $(i_d, i_q)^T, (\psi_d, \psi_q)^T$ – компоненти векторів струму статора та потокозчеплення ротора, ω – кутова швидкість ротора, ω_0 – кутова швидкість системи координат (d-q) відносно стаціонарної (a-b), $\omega_0 = \dot{\varepsilon}_0$, де ε_0 – кутове положення системи координат (d-q) відносно (a-b), $\omega_2 = \omega_0 - \omega$ – частота ковзання. Додатні

константи в (1), які залежать від параметрів асинхронного двигуна, визначено наступним чином:

$$\alpha = \frac{R_2}{L_2}; \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_2}; \quad \gamma = \frac{R_1}{\sigma} + \alpha L_m \beta; \quad \sigma = L_1 - \frac{L_m^2}{L_2};$$

$(R_1, R_2), (L_1, L_2)$ – активні опори та індуктивності статора і ротора, L_m – індуктивність контура намагнічування.

Для динамічної моделі (1), яка описує лінійний нестационарний об'єкт керування 4-го порядку, сконструюємо наступну додатньо визначену функцію

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\beta} (i_d^2 + i_q^2) + \varepsilon (i_d \psi_d + i_q \psi_q) + (\psi_d^2 + \psi_q^2) \right) \triangleq \frac{1}{2} \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \quad (2)$$

де $\mathbf{x}_e = (i_d, i_q, \psi_d, \psi_q)^T$.

Функція $V > 0$ в (2) за умови $\beta^{-1} > \varepsilon > 0$. Похідна від (2) в силу рішень (1) має вигляд

$$\dot{V} = -\frac{\varepsilon}{\beta} \frac{R_1}{\sigma} (i_d^2 + i_q^2) - \alpha (1 - \varepsilon \beta) (\psi_d^2 + \psi_q^2) \triangleq -\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e, \quad (3)$$

якщо $\varepsilon = \frac{\alpha L_m}{\frac{R_1}{\sigma} + \alpha L_m \beta} < \beta^{-1}$.

Оскільки $V > 0, \dot{V} < 0$ в (2) та (3), то положення рівноваги $\mathbf{x}_e = 0$ системи (1) є глобально експоненційно стійким, а V в (2) є функцією Ляпунова для електричної підсистеми асинхронного двигуна для будь яких обмежених ω та ω_0 .

Висновки: Функція Ляпунова (2) для електричної підсистеми асинхронного двигуна є універсальною та набагато простішою за розглянуту в [1] функцію у вигляді повної електромагнітної та кінетичної енергій. Використання запропонованої функції Ляпунова суттєво спрощує синтез та аналіз електромеханічних систем з асинхронним двигуном.

Перелік посилань

1. Пересада С. М. Функція Ляпунова для електричної підсистеми асинхронного двигуна: Частина перша – стійкість узагальненої електричної машини / С. М. Пересада, Н. С. Кононенко // Збірник доп. міжнар. н.-т. конф. молодих уч., асп. і студ. “Сучасні проблеми електроенергетехніки та автоматики”. – Київ : “Політехніка”, 2014 – прийнята до друку.
2. Liu X., Verghese G., Lang J. and Onder M. Generalizing the Blondel-Park transformation of electrical machines: necessary and sufficient conditions // IEEE Trans. on Circ. Systems. –1989. –Vol. 36(8). –P. 1067–1085.
3. Попович М. Г., Лозинський О. Ю., Клепиков В. Б. та ін. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи: Навч. посібник / За ред. Поповича М. Г., Лозинського О. Ю. –К.: –Либідь, 2005. –680с.