

ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДСИСТЕМЫ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Пересада С.М., д.т.н., проф., Кононенко Н.С., Римович А.А., магистранты НТУУ «КПИ», кафедра автоматизации электромеханических систем и электропривода

Введение. Второй метод Ляпунова [1] является наиболее универсальным для анализа и синтеза нелинейных систем, в том числе содержащих сложные электромеханические объекты управления на основе асинхронного короткозамкнутого двигателя (АД). Как объект управления АД является нелинейным многомерным с частично измеряемым вектором состояния. Особенностью математической модели АД является ее зависимость от параметров, например, активных сопротивлений статора и ротора, которые в процессе работы изменяются из-за нагрева.

Главным достоинством второго метода Ляпунова является то, что устойчивость нелинейной системы исследуется, не решая при этом дифференциальные уравнения, которые ее описывают. С другой стороны этот метод имеет недостаток, который существенно ограничивает его использование: отсутствует общий метод формирования самой функции Ляпунова для конкретного объекта управления. При этом надо учитывать, что функций Ляпунова для данного объекта может быть несколько.

Целью настоящего исследования является формирование универсальной функции Ляпунова для электрической подсистемы АД.

Материалы исследования. Рассмотрим стандартную модель АД в условиях типовых допущений, представленную в системе координат (d-q), вращающейся с произвольной угловой скоростью ω_0 [2]

$$\begin{aligned}\dot{i}_{1d} &= -\gamma i_{1d} + \omega_0 i_{1q} + \alpha \beta \psi_{2d} + \beta \omega \psi_{2q} + \frac{1}{\sigma} u_{1d}, \\ \dot{i}_{1q} &= -\gamma i_{1q} - \omega_0 i_{1d} + \alpha \beta \psi_{2q} - \beta \omega \psi_{2d} + \frac{1}{\sigma} u_{1q}, \\ \dot{\psi}_{2d} &= -\alpha \psi_{2d} + \omega_2 \psi_{2q} + \alpha L_m i_{1d}, \\ \dot{\psi}_{2q} &= -\alpha \psi_{2q} - \omega_2 \psi_{2d} + \alpha L_m i_{1q},\end{aligned}\tag{1}$$

где (i_{1q}, i_{1d}) , (ψ_{2d}, ψ_{2q}) , (u_{1d}, u_{1q}) – компоненты векторов тока статора, потокосцепления ротора, напряжения статора, ω – угловая скорость ротора, $\omega_2 = \omega_0 - \omega$ – частота скольжения, L_m – индуктивность намагничивающего контура. Без потери общности в модели (1) принята одна пара полюсов.

Положительные константы в (1), связанные с электрическими параметрами АД, определены следующим образом:

$$\alpha = \frac{R_2}{L_2}, \sigma = L_1 \left(1 - \frac{L_m^2}{L_1 L_2} \right), \beta = \frac{L_m}{\sigma L_2}, \gamma = \frac{R_1}{\sigma} + \alpha L_m \beta,$$

где R_1, R_2, L_1, L_2 – активные сопротивления и индуктивности статора и ротора соответственно.

При невозмущенном движении системы (1), т.е. при $u_{1d} = u_{1q} = 0$, рассмотрим следующую кандидатуру функции Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} > 0, \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\beta} & 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon}{\beta} & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = (i_{1d}, i_{1q}, \psi_{2d}, \psi_{2q})^T, \frac{1}{\beta} > \varepsilon > 0.$$

Полная производная (2) в силу (1) при $\varepsilon = \frac{\alpha L_m}{R_1 + \alpha L_m \beta} < \frac{1}{\beta}$ запишется

$$\dot{V} = -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}, \quad (3)$$

$$\text{где } \mathbf{Q} = \text{diag} \left(\frac{\varepsilon R_1}{\sigma \beta}, \frac{\varepsilon R_1}{\sigma \beta}, \alpha(1 - \varepsilon \beta), \alpha(1 - \varepsilon \beta) \right).$$

Поскольку $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0, \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$, а $V > 0$ и $\dot{V} < 0$ то в этом случае V , заданная (2), является функцией Ляпунова для электрической подсистемы АД (1), а положение равновесия $(i_{1d}, i_{1q}, \psi_{2d}, \psi_{2q})^T = 0$ – глобально экспоненциальным при любых ω_0 и ω .

Выводы. Сформированная для электрической подсистемы АД функция Ляпунова устанавливает ее общую форму. Функция Ляпунова такого вида может быть использована для широкого круга нелинейных задач анализа и синтеза систем управления с асинхронным электромеханическим преобразователем.

Перечень ссылок

1. Khalil H.K. Nonlinear systems. 3rd ed. / H.K. Khalil // Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. – 750 p.
2. Пересада С.М. Векторное управление в асинхронном электроприводе: аналитический обзор / С.М. Пересада // Вестник Донецкого государственного технического университета. Серия: "Электротехника и энергетика". – Донецк: ДонГТУ, 1999. – №4. – С. 1–23.