

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОГО НЕЛІНІЙНОГО РЕГУЛЯТОРА ЗУСИЛЛЯ РІЗАННЯ ТОКАРНОГО ВЕРСТАТУ

Колесніченко С.П., к.т.н., ст. викладач, Петухова К.І., магістрантка

НТУУ «КПІ», кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Високу продуктивність та якість продукції металообробних верстатів забезпечує застосування систем керування технологічними параметрами процесу різання [1]. Нелінійність об'єкта керування, яка обумовлена добутком координат швидкостей подачі та приводу головного руху ефективно усувається використанням лінеаризації зворотним зв'язком за станом [2,3]. Динаміку отриманої лінеаризованої системи керування доцільно сформулювати оптимальним стабілізуючим регулятором стану, що забезпечить оптимальні показники якості перехідних процесів. При розв'язанні задачі аналітичного конструювання оптимальних регуляторів (АКОР) існує проблема обмеження виходу регуляторів. Пропонується наближене рішення задачі АКОР з урахуванням обмеження виходу регулятора.

Мета досліджень. Метою роботи є синтез і пошук структури та оптимальних значень коефіцієнтів зворотних зв'язків субоптимального нелінійного регулятора зусилля різання з врахуванням обмеження керування регулятора.

Матеріали досліджень. Нелінійне рівняння динаміки контуру стабілізації зусилля різання в результаті лінеаризації зворотнім зв'язком по стану в новій системі координат представлено у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь в формі Бруновського [3]:

$$\dot{y}_i = y_{i+1}, \quad \dot{y}_n = u, \quad i=1,2,n-1, \quad n=3. \quad (1)$$

З урахуванням обмеження на керування: $|u| < \bar{u}$.

Наближене розв'язання нелінійної задачі АКОР виконано на основі теореми Белмана-Ляпунова в поєднанні з концепцією «інваріантного занурення» (ІЗ) [4]. Зміст ІЗ полягає у тому, щоб вихідну задачу нелінійного синтезу оптимального керування включити в деяке сімейство більш простих задач оптимізації. Згідно концепції ІЗ обмеження на керування враховується за допомогою деякої функції $u = f(\sigma)$. Керування переходить до σ , яка не має обмежень. Постає задача пошуку керування $\sigma = \gamma(x_1 x_2 x_3)$ що, мінімізує функціонал:

$$\min_{\sigma} J = \int_0^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{n=3} \alpha_i x_i^2 + c \sigma^2 \right) dt \quad (2)$$

на рішеннях системи:

$$\dot{y}_i = y_{i+1}, \quad \dot{y}_n = b q(a) \sigma, \quad i=1,2,n-1, \quad n=3, \quad (3)$$

де $q(a)$ – наближений еквівалент коефіцієнта лінеаризації за методом секучої. Він залишається постійним для фіксованої області фазового простору.

На першому етапі виконується розв’язання задачі АКОР, при малих відхиленнях змінних – «в малому». Алгоритм розв’язання подібної задачі за допомогою програмного забезпечення MATLAB наведено в [5]. В результаті отримано вектор оптимальних коефіцієнтів зворотного зв’язку $\sigma_1(x) = (k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3)$.

На другому етапі аналогічно розв’язується лінійна задача АКОР при значних відхиленнях змінних – «у великому». В результаті отримано закон керування $\sigma_2(x) = (k'_1x_1 + k'_2x_2 + k'_3x_3)$.

Подальша процедура синтезу полягає в «поєднанні» отриманих раніше. «миттєвих значень» оптимального керування $\sigma_1(x)$ і $\sigma_2(x)$. Треба знайти варіації параметрів Δk_i , що виникають при переході з однієї області в іншу, та розглянути їх як керуючу дію.

Тоді

$$u_2 = -\text{sat}\sigma_2 = -\text{sat}[k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 + \Delta k_1x_1 + k_1x_1 + \Delta k_2x_2 + \Delta k_3x_3], \quad (4)$$

де Δk_1 , Δk_2 і Δk_3 визначаються із співвідношень:

$$\Delta\sigma(x) = \sigma_2(x) - \sigma_1(x) = (k'_1 - k_1)x_1 + (k'_2 - k_2)x_2 + (k'_3 - k_3)x_3 = \Delta k_1x_1 + \Delta k_2x_2 + \Delta k_3x_3.$$

Постає задача мінімізації функціоналу

$$\min_{\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta k_3} J = \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^{n=3} \alpha_i x_i^2 + c_1 \Delta k_1^2 + c_2 \Delta k_2^2 + c_3 \Delta k_3^2 \right) dt \quad (5)$$

на розв’язках системи диференціальних рівнянь (1)

$$u = -f(\sigma) = -\text{sat} \left[\sum_{i=1}^3 k_i x_i + \Delta k_1 x_1 + \Delta k_2 x_2 + \Delta k_3 x_3 \right].$$

Функціональне рівняння Белмана для системи (1) та функціонала (5):

$$\begin{aligned} \min_{\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta k_3} & \left[\sum_{i=1}^{n=3} \alpha_i x_i^2 + \sum_{i=1}^{n=3} c_i \Delta k_i^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} b_2 q_2(a) \times \right. \\ & \left. \times \left(\sum_{i=1}^{n=3} k_i x_i + \Delta k_1 x_1 + \Delta k_2 x_2 + \Delta k_3 x_3 \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Після диференціювання отримуємо керування:

$$\Delta k_1 = -\frac{b_2 q_2(a)}{c_1} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_1; \quad \Delta k_2 = -\frac{b_2 q_2(a)}{c_2} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_2; \quad \Delta k_3 = -\frac{b_2 q_2(a)}{c_2} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_2. \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (6), маємо модифіковане рівняння Гамільтона-Якобі-Белмана:

$$\sum_{i=1}^{n=3} \alpha_i x_i^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} x_3 - \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot b q_2(a) \sum_{i=1}^{n=3} k_i x_i = \sum_{i=1}^{n=3} \frac{x_i^2}{4c_i} \left[b_2 q_2(a) \frac{\partial V}{\partial x_3} \right]^2 \quad (8)$$

Розв’язання рівняння (8) апроксимується послідовністю степеневих форм. Параметри їх визначаються із системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Використовуючи квадратичну форму V, в кінцевому випадку було отримано нелінійний субоптимальний закон керування:

$$u = -\text{sat}[k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 + (k_{31}x_1 + k_{32}x_2 + k_{33}x_3) \times (k_{21}x_1^2 + k_{22}x_2^2 + k_{23}x_3^2)]. \quad (9)$$

Дослідження динаміки замкнутого контуру із синтезованим регулятором проведено шляхом цифрового моделювання. На рис. 1 наведено перехідний процес відпрацювання початкового відхилення зусилля різання, який відповідає прийнятому критерію якості.

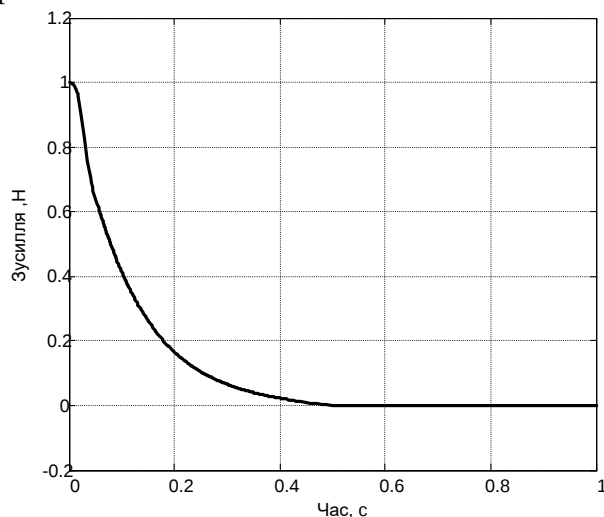


Рисунок 1 – Графік перехідного процесу

Висновки. Таким чином, вихідну нелінійну задачу АКОР було зведено до розв'язання задачі мінімізації квадратичного функціоналу на рішеннях лінеаризованої системи (1), тобто до ряду лінійних задач АКОР, що є вкрай важливим при розв'язанні задач високої розмірності. Результати моделювання показали, що при отриманих в ході синтезу коефіцієнтах, регулятор забезпечує оптимальну якість перехідного процесу.

Перелік посилань

1. Шапарев Н.К. Автоматизация типовых технологических процессов металлообработки / Н.К. Шапарев, А.М. Коротин, Н.К. Петров, С.Н. Радимов – Одесса: Вища школа, 1984. - 312 с.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. / Д.П. Ким – М.: Физматлит, 2004. – 464с.
3. Колесніченко С.П. Система стабілізації зусилля різання металорізального верстату з лінеаризацією зворотнім зв'язком./ С.П. Колесніченко, К.І. Петухова // Доповіді за матеріалами Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених, аспірантів і студентів. Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики. – Київ: «Політехніка», 2011 – с.386-388.
4. Булатов В.Н. Методы погружения в задачах оптимизации. / В.Н. Булатов– Новосибирск: Наука, 1977. – 154с.
5. Колесніченко С.П. Синтез оптимального регулятора зусилля різання токарного верстату. / С.П. Колесніченко, К.І. Петухова // Доповіді за матеріалами Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених, аспірантів і студентів. Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики. – Київ: «Політехніка», 2012 – с. 429-430.