ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЛАСТИ ПРИТЕЖЕНИЯ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ СТАБИЛИЗАЦИИ

Кудин В.Ф., д.т.н проф.; Желинский Н.Н., бакалавр
кафедра автоматизации электромеханических систем и электропривода

Вступление. В данной статье рассматривается задача построения области притяжения при больших, но ограниченных по модулю отклонений переменных состояния. Эта задача отвечает требованиям практики и является весьма актуальной в теоретическом плане в настоящее время.[3] Практически она не получила своего решения до настоящего времени и впервые была рассмотрена в [1]. В настоящее время простого разработанного алгоритма решения указанной задачи не существует.

Постановка задачи. Задана математическая модель в виде структурной схемы нелинейной системы угловой стабилизации летательного аппарата (рис. 1).

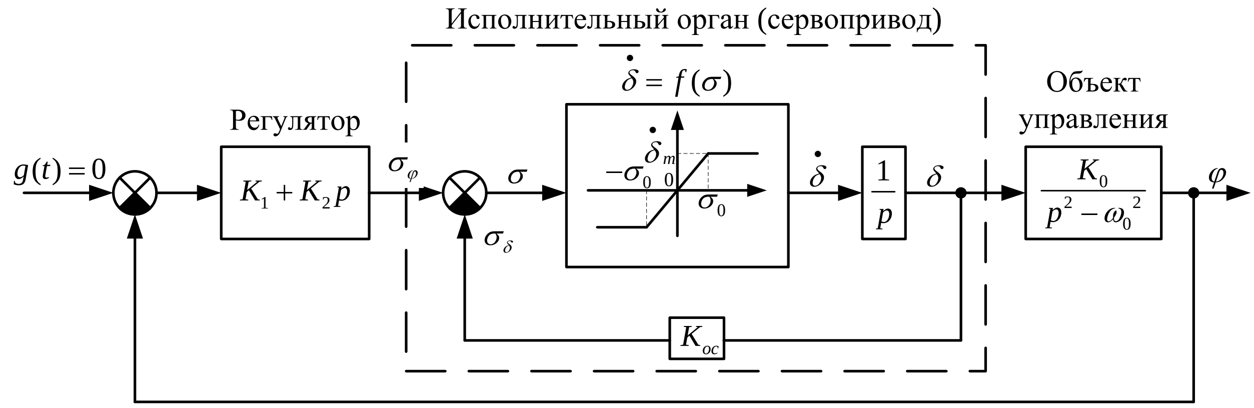

Рисунок 3 – Структурная схема

$K_0 = 1, \dot{\delta}_m = m\sigma, \dot{\delta}_m = 1$ đŕä / ń, $\sigma_0 = 10$ ěŔ , $K_{oc} = 20, K_1 = 100, K_2 = 60, \omega_0^2 = 2$

Необходимо определить параметры области притяжения на фазовой плоскости в нелинейной системе стабилизации.

Результаты исследований. Определим наличие периодического режима в заданной нелинейной структурной схеме методом Е.П. Попова [2]

Характеристический полином замкнутой гармонически линеаризованной системы: $p^3 - p\omega_0^2 + q(a)K_{oc}p^2 + q(a)K_0K_2p + q(a)\alpha = 0$, где $\alpha = K_0K_1 - K_{oc}\omega_0^2$.

Заменим $p = j\omega \Rightarrow D(j\omega, a) = -j\omega^3 - j\omega\omega_0^2 - \omega^2 q(a)K_{oc} + j\omega q(a)K_0K_2 + q(a)\alpha = 0$

Выделим вещественную и мнимую части:

$$X(a,\omega) = q(a)(K_0K_1 - \omega_0^2K_{oc}) - q(a)\omega^2K_{oc} = 0,$$

$$Y(a,\omega) = -\omega^3 - \omega\omega_0^2 + q(a)K_0K_2\omega = 0.$$

В итоге расчета получаются следующие значения частоты и амплитуды:

a_1=0, ω_1=0; a_2=1/12, $\omega_2 = \pm\sqrt{3}$; a_3=0, $\omega_3 = \pm j\sqrt{2}$.

Исследуем устойчивость режима автоколебаний:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a}\right)^{*}\left(\frac{\partial Y}{\partial \omega}\right)^{*}-\left(\frac{\partial X}{\partial \omega}\right)^{*}\left(\frac{\partial Y}{\partial a}\right)^{*}>0,$$

$$\frac{\partial X}{\partial a}=\frac{dq}{da}(K_0K_1-\omega_0{}^2K_{oc}-\omega^2K_{oc})=0, \frac{\partial X}{\partial \omega}=2\omega K_{oc}q(a)>0.$$

Равенство не выполняется, то есть режима автоколебаний нет.

Осуществим приближенный расчет области притяжения, используя характеристический полином критерия Гурвица.

$$p^3-p\omega_0{}^2+q(a)K_{oc}p^2+q(a)K_0K_2p+q(a)\alpha=0,\ q(a)\geq\frac{K_1}{K_{oc}K_2}\geq\frac{100}{20\cdot 60}\geq\frac{1}{12}$$

Из выражения коэффициентов гармонической линеаризации найдем значение амплитуды a:

$$q(a)=\frac{2K}{\pi}\left(\arcsin\frac{b}{a}+\frac{b}{a}\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}\right),\ q(a)=\frac{1}{12}\quad a=13.81\ \text{ěŔ};$$

Учитывая зависимость амплитуды от скорости и угла, определим начальные значения угла и скорости:

$$A=100\varphi+60\dot{\varphi}\Rightarrow\dot{\varphi}=0:\ \varphi=\frac{13.81}{100}=0.138\ \text{đŕä.};\ \varphi=0:\dot{\varphi}=\frac{13.81}{9\cdot 60}=0.026\ \frac{\text{đŕä}}{c}.$$

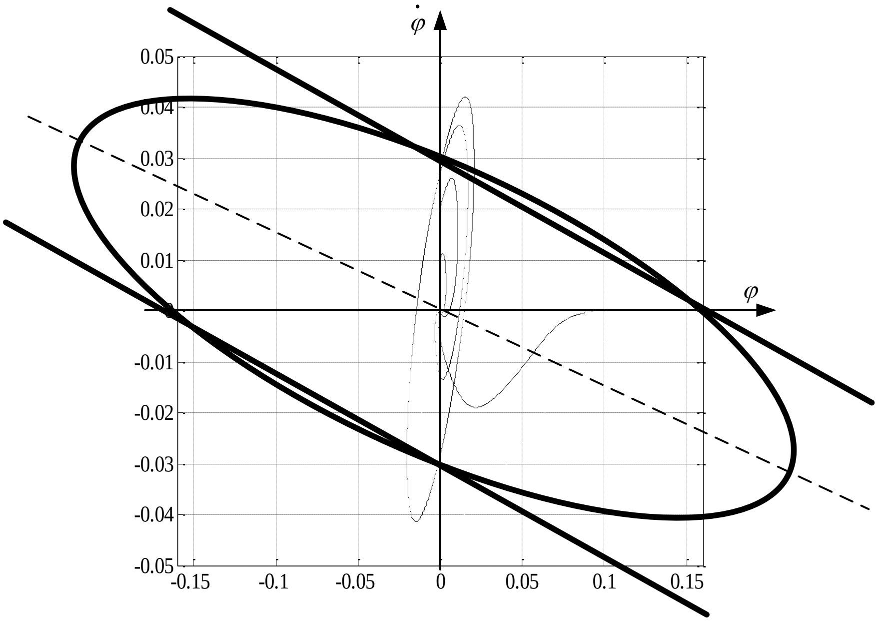

Рисунок 2 – Фазовая плоскость

Далее осуществим моделирование нелинейной системы стабилизации и уточняем приближенные значения и картину фазовой плоскости, которая представлена на рис. 2

Вывод: в статье приведена приближенная методика расчета области притяжения для собственно неустойчивых систем с ограничением на управление.

Перечень ссылок

1. Летов А.М. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического управления. Журнал «Дифференциальные уравнения №4», 1970.
2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1988.
3. Формальский А.М. Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами. – М: Наука, 1974.