# АДАПТИВНИЙ ДО НЕВІДОМОЇ МАСИ РОБОЧОГО ОРГАНУ АЛГОРИТМ КЕРУВАННЯ КУТОВИМ ПОЛОЖЕННЯМ ОДНОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА

**Ковбаса С.Н., к.т.н., доцент, Пєтухова Д.І., студентка**
*кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу*

Зростаючі вимоги до точності роботи різноманітного технологічного обладнання вимагають розробки нових сучасних засобів керування координатами технологічних об'єктів, у тому числі адаптивних до невідомих заздалегідь параметрів. В даній роботі розглянуто алгоритм керування кутовим положенням одноланкового маніпулятора що працює у вертикальній площині, з адаптацією до невідомої маси робочого органу.

Рівняння динаміки одномасового об'єкту, показаного на Рис. 1 записуються

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= J^{-1}\left(M^{*} - mgl\sin(\theta)\right) \end{aligned} \tag{1}$$

де $\theta, \omega$ – кутове положення та кутова швидкість ланки, $M^{*}$ – рушійний момент, $m$ – маса об'єкту що транспортується, $g$ – прискорення вільного падіння, $l$ – довжина ланки.

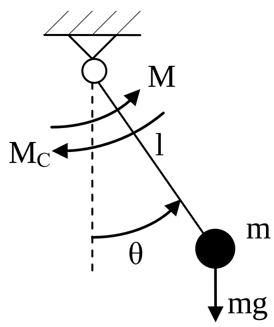


Рисунок 1 – Одноланковий маніпулятор

Визначимо $\theta^{*}(t)$ як задану траєкторію зміни кутового положення, обмежену функцію з обмеженими похідними за часом $\dot{\theta}^{*}, \ddot{\theta}^{*}$. Визначивши помилку відпрацювання кутового положення як

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta^{*}, \tag{2}$$

сформулюємо ціль відпрацювання кутового положення наступним чином:

$$\lim_{t \to \infty} \tilde{\theta} = 0 \tag{3}$$

У відповідності до результату отриманого в [1], сформуємо уніфікований регулятор положення у вигляді:

$$\begin{aligned} \omega^{*} &= -k_{\theta}\xi_1 + \dot{\theta}^{*} \\ \dot{\xi}_1 &= -\frac{1}{\tau_1}\xi_1 + \frac{1}{\tau_1}\tilde{\theta}, \end{aligned} \tag{4}$$

де $\tau_1$ – стала часу фільтру положення; $k_\theta > 0$ – коефіцієнт регулятора положення.

Визначимо похибку оцінювання невідомої маси робочого органу

$$\tilde{m} = m - \hat{m}, \tag{5}$$

та відпрацювання кутової швидкості

$$\tilde{\omega} = \omega - \omega^*. \tag{6}$$

З урахуванням (5), (6) друге рівняння в (1) запишеться

$$\dot{\tilde{\omega}} = J^{-1}\left[M^* - (\tilde{m} + \hat{m})gl\sin(\theta)\right] - \dot{\omega}^* \tag{7}$$

де $J = J_d + ml^2$ – момент інерції що залежить від невідомої маси $m$, $J_d$ – момент інерції двигуна.

Сконструюємо наступний адаптивний регулятор для системи (7)

$$\begin{aligned} &M^* = \hat{m}gl\sin(\theta) + \left(J_d + \hat{m}l^2\right)\left(-k_\omega\xi + \dot{\omega}^*\right) \\ &\dot{\xi}_2 = -\frac{1}{\tau_2}\xi_2 + \frac{1}{\tau_2}\tilde{\omega} \end{aligned} \tag{8}$$

Після підстановки (8) в (7) та перетворень отримаємо

$$\begin{aligned} &\dot{\tilde{\omega}} = -k_\omega\xi_2 - \frac{\tilde{m}}{J}\left[gl\sin(\theta) + l^2\left(-k_\omega\xi_2 + \dot{\omega}^*\right)\right] \\ &\dot{\xi}_2 = -\frac{1}{\tau_2}\xi_2 + \frac{1}{\tau_2}\tilde{\omega} \end{aligned} \tag{9}$$

Для синтезу алгоритму адаптації розглянемо наступну функцію Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}\left(\tilde{\omega}^2 + (\tau_2 k_\omega)\xi_2^2 + \gamma^{-1}J^{-1}\tilde{m}^2\right), \tag{10}$$

похідна від якої має вигляд

$$\dot{V} = -k_\omega\xi_2^2 \tag{11}$$

за умови

$$\dot{\tilde{m}} = -\dot{\hat{m}} = \gamma\tilde{\omega}\left[gl\sin(\theta) + l^2\left(-k_\omega\xi + \dot{\omega}^*\right)\right]. \tag{12}$$

Нелінійна система (9), (12) може бути записана у вигляді

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{W}^T(t)\tilde{m} \\ &\dot{\tilde{m}} = -\gamma\mathbf{W}(t)\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{13}$$

де $\mathbf{x} = (\tilde{\omega}, \xi_2)^T$, $A = \begin{bmatrix} 0 & -k_\omega \\ \tau_2^{-1} & -\tau_2^{-1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{W}^T(t) = \left[gl\sin(\theta) + l^2\left(-k_\omega\xi_2 + \dot{\omega}^*\right)\right]$.

З теорії адаптивних систем маємо наступний результат. Якщо умови персистності збудження виконуються, тобто матриця $\mathbf{W}(t)$ така, що

$$\int_t^{T+t} \mathbf{W}(\tau)\mathbf{W}^T(\tau)d\tau > 0 \tag{14}$$

є додатньо визначеною для деякого $T$ та всіх $t \geq 0$, тоді вектор $(\tilde{\omega}, \xi, \tilde{m})^T$ експоненційно спадає в нуль.

Розрахунок (14) свідчить, що умова персистності збудження забезпечується при $gl\sin(\theta)+l^2\left(-k_\omega\xi+\dot{\omega}^*\right)\neq 0$. Виконання цієї умови гарантує, що положення рівноваги $(\tilde{\omega},\xi,\tilde{m})=0$ є глобально експоненційно стійким, тобто досягається як відпрацювання траєкторій кутової швидкості, так і оцінювання невідомої маси, [2]. В точці позиціонування $\theta=0, \dot{\omega}^*=0$ умови персистності збудження не виконуються, умова $\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{m}=0$ не гарантується, але оскільки при цьому $\mathbf{W}^T(t)=0$, то $\lim\limits_{t\to\infty}(\tilde{\omega},\xi_2)=0$ згідно рішень лінійної системи другого порядку в (9).

З врахуванням наведеного аналізу та результату отриманого в [1] встановлюємо, що $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\tilde{\theta},\xi_1\right)=0$, а отже ціль керування (3) досягається глобально.

При дослідженні динамічної поведінки одноланкового маніпулятора ставилася задача переміщення його робочого органу з крайнього нижнього у крайнє верхнє положення, яке, як відомо є природно нестійким. Для цієї мети використовувалася задана траєкторія зміни кутового положення, показана на Рис. 2. Додатково на Рис. 2 показано момент опору, який створюється в процесі руху ланки маніпулятора по вказаній траєкторії.

Параметри регуляторів та ланки маніпулятора встановлені рівними: $k_\theta=100$, $k_\omega=200$, $\gamma=50$, $m=0.25$ кг, $l=1$ м.

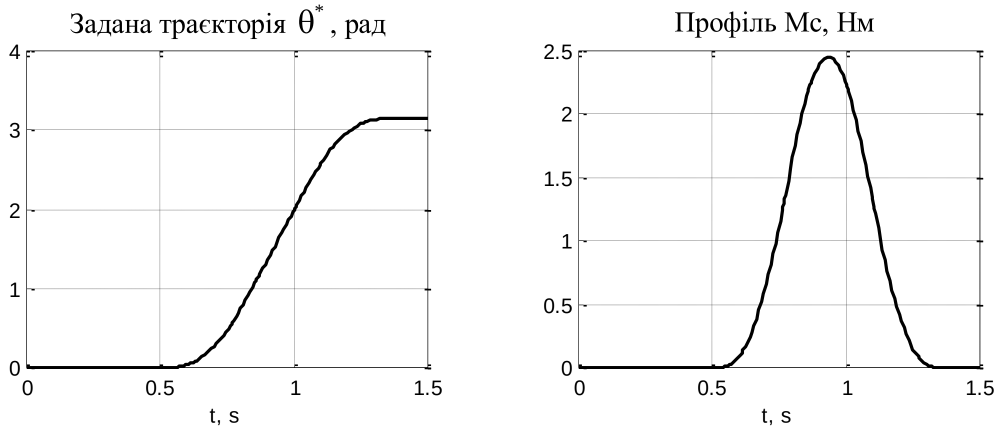


Рисунок 2 – Задана траєкторія кутового положення та створюваний маніпулятором момент навантаження

На Рис. 3 показані перехідні процеси при використанні адаптивного до невідомої маси алгоритму керування кутовим положенням (8), (12) з $\gamma=50$. З наведених графіків встановлюємо, що після завершення перехідного процесу, пов'язаного з оцінкою невідомої маси робочого органу маніпулятора, задана траєкторія кутового положення відпрацьовується без похибок.

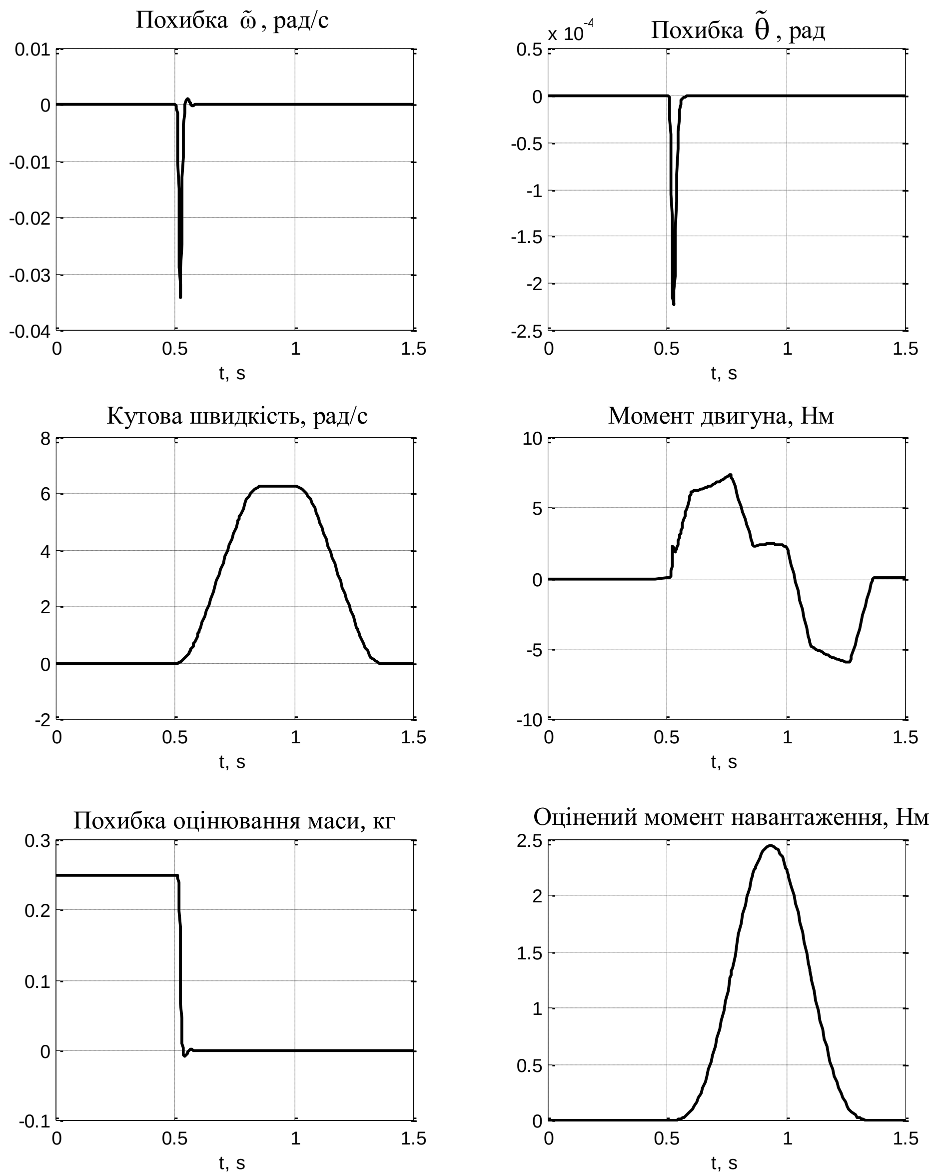


Рисунок 3 – Перехідні процеси відпрацювання кутового положення одноланкового маніпулятора при використанні адаптивного алгоритму (8), (12)

В даній роботі розроблено та досліджено алгоритм керування кутовим положенням одноланкового маніпулятора з адаптацією до невідомої маси. Аналітично та методом математичного моделювання показано, що розроблений алгоритм керування забезпечує асимптотичне відпрацювання заданих траєкторій кутового положення при одночасному оцінюванні заздалегідь невідомої маси робочого органу.

**Перелік посилань**

1. Основи теорії керування енергозберігаючими електромеханічними системами з електроприводами змінного струму на основі принципу пасивності: звіт про НДР / НТУУ "КПИ". –№2624ф, № ДР 0103U000145. –Київ, 2005. –409с.

2. Narendra K. S., Annaswany A. M. Stable Adaptive Systems. Prentice – Hall, Englewood Cliffs, N. J. – 1989.