

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ КПА МЕТОДОМ ФАЗОВОЇ ПЛОЩИНИ

Кудін В.Ф., проф.; Шибіко В.С., студент

кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Метод фазової площини належить до точних методів дослідження нелінійних систем. Найповніше цей метод розроблено для систем другого порядку. Сукупність фазових траєкторій (фазовий портрет), що відповідають різним початковим положенням зображуючої точки, дає повне уявлення про динаміку нелінійної системи. Тому дослідження нелінійних систем методом фазової площини по суті зводиться до побудови фазового портрета й аналізу за його допомогою динамічних режимів системи.

Постановка завдань дослідження. На рисунку 1 задана спрощена структурна схема системи кутової стабілізації з нелінійним виконавчим органом:

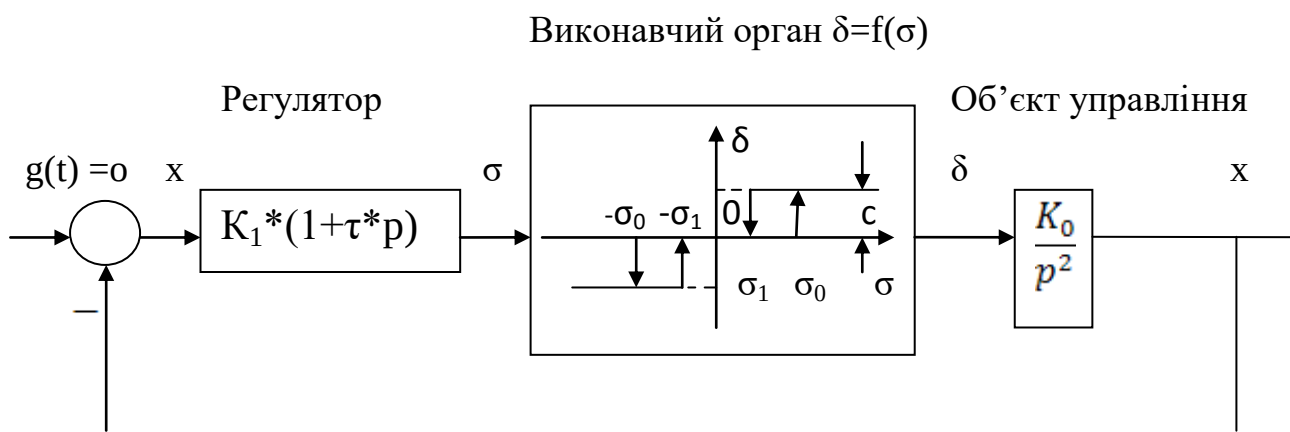


Рисунок 1 – Структурна схема системи кутової стабілізації з нелінійним виконавчим органом.

На рис.2 введено наступні позначення:

x - координата, що регулюється;

δ - координата, яка характеризує відхилення виконавчого органу;

σ - сигнал керування, що виходить з регулятора;

K_0 - коефіцієнт підсилення об'єкту;

K_1 - коефіцієнт підсилення керуючого пристрою;

c - величина максимального відхилення виконавчого органу;

τ - стала часу регулятора.

Вихідні дані:

$c=1$; $K_0=1$; $m=0.75$; $\sigma_0=248$; $\sigma_1=m*\sigma_0$; $K_1=93$; $K_2=31$; $\tau=K_2/K_1$.

Основною метою дослідження є встановлення стійкості нелінійної системи методом фазової площини. Іншими словами – потрібно дослідити

стійкість системи кутової стабілізації з нелінійним виконавчим органом . У даному випадку виконавчим органом є трьохпозиційна релейна характеристика з гістерезисом.

Матеріали дослідження. Розглянемо зображену на рисунку 3 релейну систему кутової стабілізації наступного вигляду:

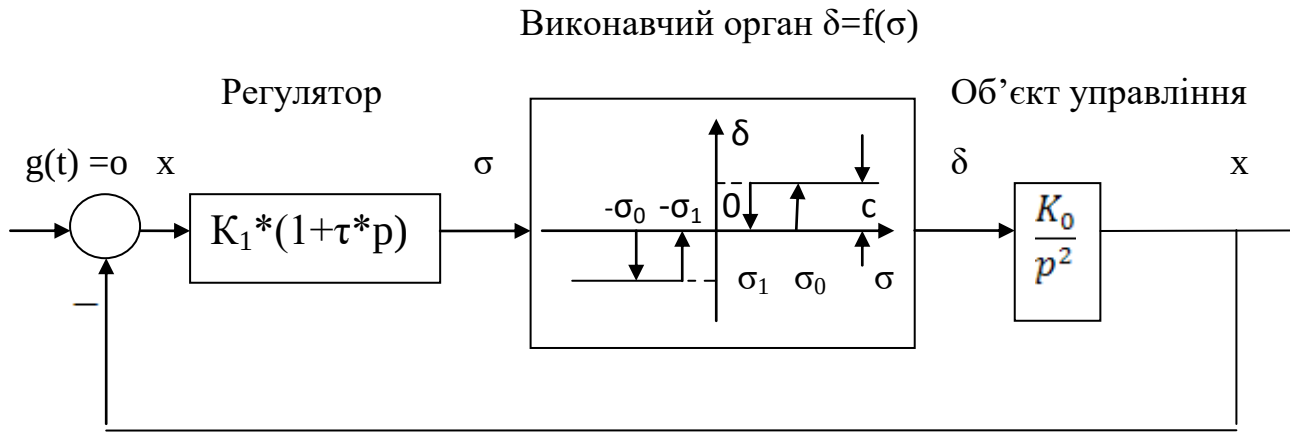


Рисунок 3 – Структурна схема системи кутової стабілізації з нелінійним виконавчим органом.

Розв'язання.

Замкнена система автоматичного керування, яка представлена на рисунку 3, може бути описана наступною системою рівнянь[2]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = K_0 \delta, \\ \delta = f(\sigma) = c \cdot \text{sign}(\sigma), \\ \sigma = -K_1(1 + \tau p)x. \end{cases} \quad (1)$$

Переходячи до нормальної форми Коші, одержимо:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -K_0 \cdot c \cdot \text{sign}(K_1 \cdot x + K_1 \cdot \tau \cdot y). \end{cases} \quad (2)$$

Виключаючи час, шляхом ділення другого рівняння системи на перше, приходимо до диференційного рівняння фазової траєкторії:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-K_0 \cdot c \cdot \text{sign}(K_1 \cdot x + K_1 \cdot \tau \cdot y)}{y}. \quad (3)$$

Диференціальне рівняння (3) є нелінійним. Методів його вирішення немає. Тому пропонується ввести поняття ліній перемикання спрацьовування та відпускання:

$$K_1 * x + K_2 * y = \pm \sigma_0 \text{ та } K_1 * x + K_2 * y = \pm \sigma_1 . \quad (4.1), (4.2)$$

а) $K_1 * x + K_2 * y = \pm \sigma_0$;

$$y_1 = (\sigma_0 / K_2) - (K_1 / K_2) * x, \quad y_2 = -(\sigma_0 / K_2) - (K_1 / K_2) * x, \quad (5.1), (5.2)$$

б) $K_1 * x + K_2 * y = \pm \sigma_1$;

$$y_3 = (\sigma_1 / K_2) - (K_1 / K_2) * x, \quad y_4 = -(\sigma_1 / K_2) - (K_1 / K_2) * x, \quad (6.1), (6.2)$$

після підстановки у рівняння (5.1), (5.2) та (6.1), (6.2) числових значень отримаємо рівняння виду:

$$y_1 = 8 - 3 * x, \quad y_2 = -8 - 3 * x, \quad (7.1), (7.2)$$

$$y_3 = 6 - 3 * x, \quad y_4 = -6 - 3 * x, \quad (8.1), (8.2)$$

Рівняння (7.1), (7.2) – це рівняння ліній перемикання включення, а рівняння (8.1), (8.2) – це рівняння ліній перемикання відпускання.

На рисунку 4 будуюмо лінії перемикання включення та лінії перемикання відпускання і отримуємо багатолінійну фазову площину на якій вісь абсцис позначається x , а вісь ординат - $y = dx/dt$:

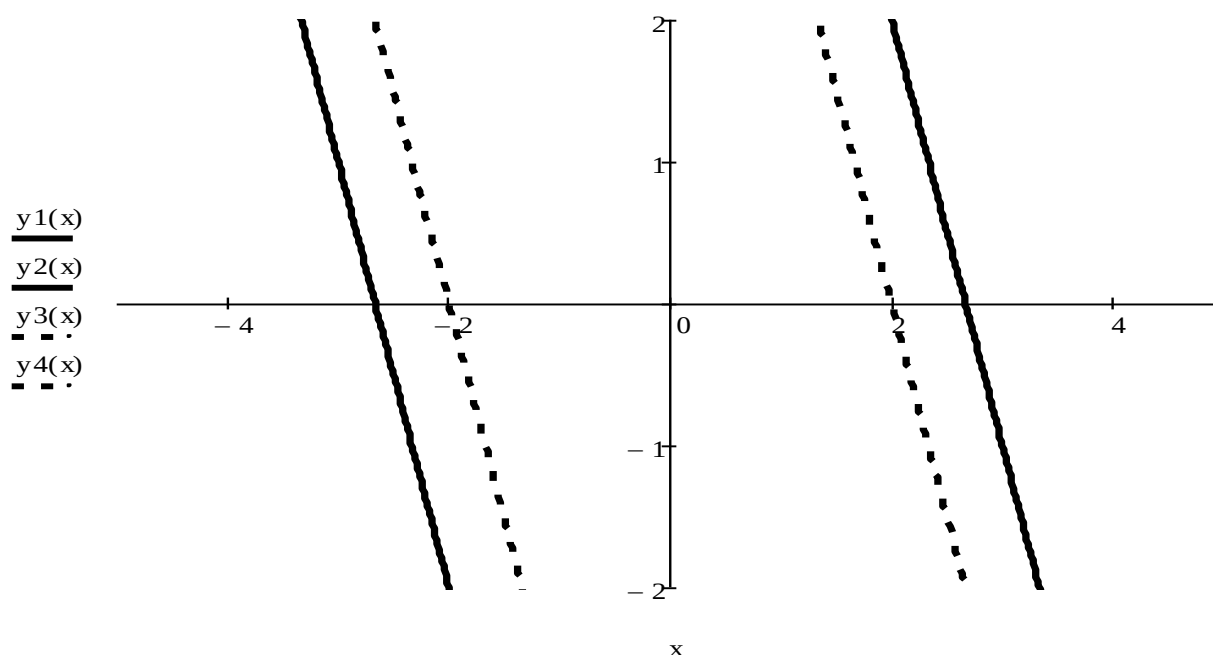


Рисунок 4 – Багатолінійна фазова площина ,

де цілі лінії – це лінії перемикавання включення, а штриховані лінії – це лінії перемикавання відпускання.

Лінії перемикавання ділять фазову площину на три під області. Відповідно отримаємо три рівняння:

1) для першої (I) області, де $f(\sigma) = c$, рівняння фазових траєкторій має вигляд:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-K_0 \cdot c}{y}. \quad (9)$$

Виконуючи процедуру знаходження рівняння фазової траєкторії за допомогою методу змінних, що розділяються, отримаємо для області (I):

$$y^2 = -2K_0c \cdot x + C_1; \quad (10)$$

2) для другої (II) області, де $f(\sigma) = 0$, рівняння фазових траєкторій має вигляд:

$$\frac{dy}{dx} = 0. \quad (11)$$

Розв'язком останнього рівняння буде сім'я прямих паралельних осі абсцис

$$y = C; \quad (12)$$

3) для третьої (III) області, де $f(\sigma) = -c$, рівняння фазових траєкторій має вигляд:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{K_0 \cdot c}{y}. \quad (13)$$

Виконуючи процедуру знаходження рівняння фазової траєкторії за допомогою методу змінних, що розділяються, отримаємо для області (III)

$$y^2 = 2K_0c \cdot x + C_2; \quad (14)$$

Таким чином, ми визначили, що фазові траєкторії для областей (I) та (III) – це параболи. Для області (II) фазовою траєкторією є сім'я прямих паралельних осі абсцис. Положення вершин парабол визначається довільними сталими C_1 або C_2 , тобто початковими умовами перехідного процесу x_0, y_0 . Ці параболи представлені на рисунку 5:

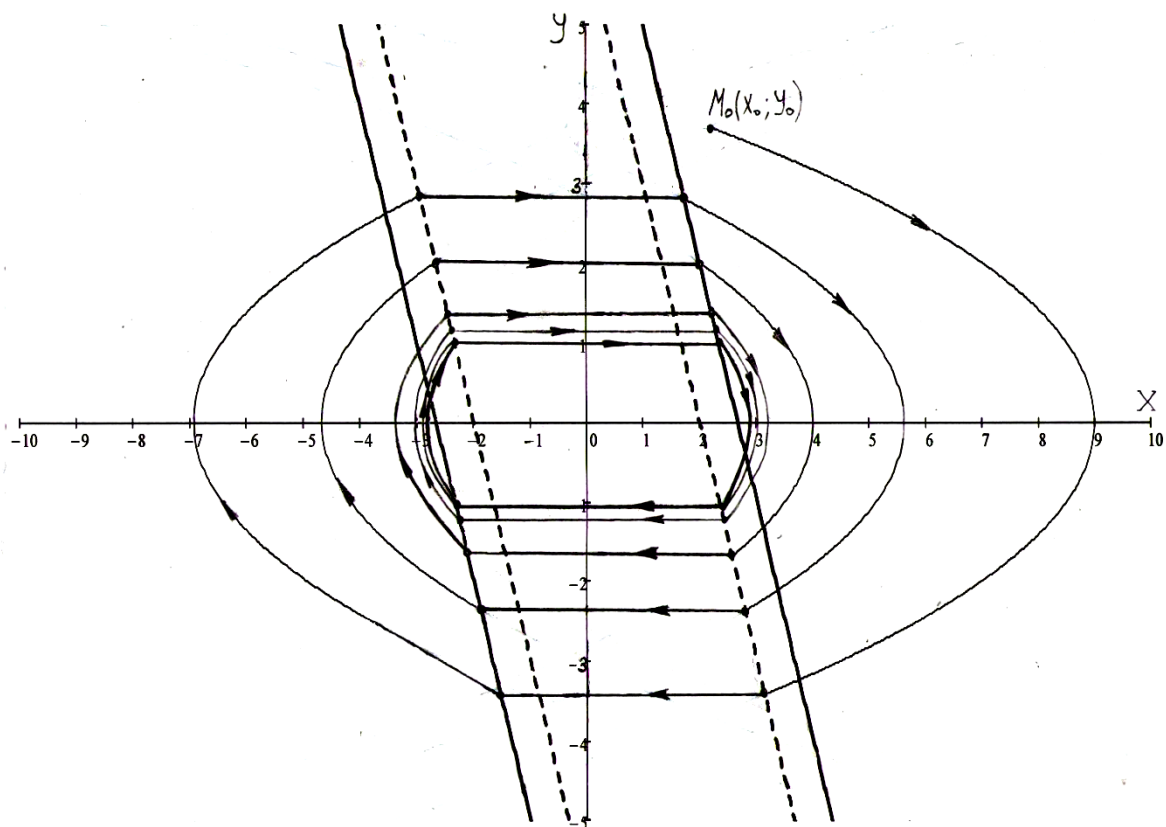


Рисунок 5 – Фазовий портрет нелінійної системи кутової стабілізації

З рисунку 5 можна побачити, що досліджувана система кутової стабілізації при будь-яких початкових умовах має коливальний перехідний процес, але замість особливої точки в початку координат система має особливий відрізок.

Висновок. В цілому фазові траєкторії приймають спіралевидну форму. Це відповідає затухаючим коливальним процесам. Однак коливальний процес затухає не до нуля, а до деякого довільного значення в інтервалі $-\sigma_1 < x < \sigma_1, y=0$, тобто всередині зони нечутливості реле. Таким чином замість особливої точки тут отримуємо особливий відрізок станів рівноваги.

Література.

1. Боднер В.А., Теория автоматического управления полетом. М. «Наука» 1964 г. – с. 549-552.
2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М. 1988 г. – с. 33-38.