

ФУНКЦІЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА: ЧАСТИНА ПЕРША - СТІЙКІСТЬ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МАШИНИ

Пересада С.М. д.т.н., проф., Кононенко Н.С. магістрантка

НТУУ «КПІ», кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Сучасна теорія стійкості, що базується на використанні другого методу Ляпунова [1], [2], знайшла широке застосування для вирішення значної кількості задач керування різними об'єктами, в тому числі нелінійними електромеханічними. Прикладами використання апарату функції Ляпунова є: в енергетиці [3],[4], робототехніці [5], тепловій енергетиці [6]. В електромеханіці на основі використання другого методу Ляпунова було розв'язано значну кількість принципівих задач керування асинхронним двигуном з короткозамкненим ротором, який є нелінійним багатовимірним об'єктом керування з частково вимірюваним вектором стану. Деякі з них: загальнотеоретичне рішення задачі відпрацювання кутової швидкості та потокозчеплення [7], полеорієнтованого керування на основі принципу пасивності [8] та конструювання спостерігачів вектора потокозчеплення [9].

Головною проблемою використання другого методу Ляпунова є відсутність загальних підходів до конструювання самої функції Ляпунова, причому вона не є унікальною для конкретного об'єкту і може бути незручною для цілей керування.

Метою цієї роботи є доведення стійкості динамічної моделі узагальненого електромеханічного перетворювача та аналіз властивостей функції Ляпунова у вигляді його повної кінетичної енергії.

Матеріали і результати досліджень. Функція Ляпунова для повної моделі узагальненої електричної машини. Відомо, що узагальнений електромеханічний перетворювач має властивості строгої пасивності [10], тобто є стійкими. Для формування функції Ляпунова запишемо стандартну модель узагальненої машини у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \mathbf{J}^{-1} \left(\mathbf{L}_{12} \mathbf{i}_1^T \mathbf{J} \mathbf{e}^{J_0} \mathbf{i}_2 - v\omega - M_c \right) \\ \begin{pmatrix} d\mathbf{i}_1/dt \\ d\mathbf{i}_2/dt \end{pmatrix} &= \mathbf{L}^{-1}(\theta) \begin{pmatrix} -\mathbf{R}_1 \mathbf{i}_1 - \omega \mathbf{L}_{12} \mathbf{e}^{J_0} \mathbf{J} \mathbf{i}_2 + \mathbf{u}_1 \\ -\mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2 + \omega \mathbf{L}_{12} \mathbf{e}^{-J_0} \mathbf{J} \mathbf{i}_1 + \mathbf{u}_2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

де θ – кутове положення, ω – кутова швидкість; M_c – статичний момент навантаження, $\mathbf{u}_1 = (u_{1a}, u_{1b})^T$, $\mathbf{i}_1 = (i_{1a}, i_{1b})^T$ вектори напруг і струмів статора в системі координат статора (a-b), $\mathbf{u}_2 = (u_{2d}, u_{2q})^T$, $\mathbf{i}_2 = (i_{2d}, i_{2q})^T$ вектори напруг і струмів ротора в системі координат ротора, $\mathbf{L}(\theta) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – матриця індуктивностей, $\mathbf{L}^T(\theta) = \mathbf{L}(\theta) > 0$,

$$\mathbf{L}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \mathbf{I} & \mathbf{L}_{12} \mathbf{e}^{J_0} \\ \mathbf{L}_{12} \mathbf{e}^{-J_0} & \mathbf{L}_2 \mathbf{I} \end{bmatrix}; \mathbf{e}^{J_0} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

R_1, R_2 – активні опори статора і ротора, J – повний момент інерції, L_{12} – максимальне значення взаємної індуктивності між обмотками статора і ротора, коли їх магнітні осі співпадають, ν – коефіцієнт в'язкого тертя,

Розглянемо функцію у вигляді повної енергії системи (1) при її вільному русі ($\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = 0, M_c = 0$)

$$W = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}\mathbf{i}^T\mathbf{L}(\theta)\mathbf{i} > 0, \quad (2)$$

де $\mathbf{i} = (\mathbf{i}_1^T + \mathbf{i}_2^T)^T$

Похідна від (2) в силу рішень (1) має вигляд $\dot{W} = J\omega\dot{\omega} + \frac{1}{2}(\mathbf{d}\mathbf{i}^T/\mathbf{d}t)\mathbf{L}(\theta)\mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{i}^T(\mathbf{L}(\theta))\mathbf{d}\mathbf{i}/\mathbf{d}t + \frac{1}{2}\mathbf{i}^T\mathbf{L}(\theta)\mathbf{d}\mathbf{i}/\mathbf{d}t = -\nu\omega^2 - \mathbf{i}_1^T\mathbf{R}_1\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_2^T\mathbf{R}_2\mathbf{i}_2 < 0$ (3)

Із (2), (3) встановлюємо, що W є функцією Ляпунова, а з умови $W > 0, \dot{W} < 0$ слідує, що $\|\mathbf{x}(t)\| \leq c_1\|\mathbf{x}(0)\|e^{-c_2t}, (c_1, c_2) > 0, \mathbf{x} = (\omega_1(\mathbf{i}_1^T, \mathbf{i}_2^T)^T)^T$, тобто вільний рух узагальненої машини глобально експотенціально стійкий з положенням рівноваги $\mathbf{x} = 0$

Висновки: Доведена стійкість динамічної моделі узагальненого електромеханічного перетворювача на основі функції Ляпунова у вигляді повної кінетичної енергії. Енергетична функція Ляпунова (2) має добре обґрунтований фізичний зміст: визначає втрати потужності в перетворювачі. Попри фізичну інтерпретацію енергетична функція Ляпунова дуже складна для використання.

Перелік посилань

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. – М. –Л.: Гостехиздат, 1950. –471с
2. Khalil H. K. Nonlinear Systems (2nd edition). –New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996. –735p.
3. Francesco Torelli, Federico Milano, Antonio De Bonis A General Power System Control Technique based on Lyapunov's Function // in Proc. Annual Conf. of the IEEE 13th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC) -2012
4. Haibo Jiang, John F. Dorsey A Lyapunov Function for Large Scale Power Systems// in Proc. Annual Conf. of the IEEE [International Symposium on](#) - 3-6 May 1993 - 2200 - 2203
5. John T. Wen A Unified Perspective on Robot Control: the Energy Lyapunov Function Approach // in Proc International Journal of Adaptive Control and Signal Processing - 5 MAR 2007 - Issue 6 -487–500.
6. Mrdjan Jankovic, Miroslava Jankovic, and Ilya Kolmanovsky. Constructive Lyapunov Control Design for Turbocharged Diesel Engines // in Proc. Annual Conf. of the IEEE Transactions on control systems technology - MARCH 2000.
7. Peresada S. and Tonielli A. High-performance robust speed-flux tracking controller for induction motor // Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. –2000. –Vol. 14. –P. 177–200.
8. Peresada S., Tilli A. and Tonielli A. New passivity based speed-flux tracking controllers for induction motor // in Proc. Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society – IECON'2000. –Nagoya, Japan. –P. 1099–1104.
9. S. Peresada, S. Kovbasa, A. Tonielli, M. Montanari. Passivity-based current sensorless position-flux tracking controller for induction motor // in Proc. Annual Conf. of the IEEE [Control Systems Society](#) - May 1999 -967 - 983
10. Ortega R., Loria A., Nicklasson P. and Sira-Ramirez H. Passivity-based control of Euler-Lagrange systems. –Berlin: Springer-Verlag, 1998. –543.