

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПАРАЛЕЛЬНО З'ЄДНАНИХ НАСОСІВ З УРАХУВАННЯМ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ТРУБОПРОВОДУ

Бур'ян С.О., к.т.н., ст. викладач, Печеник М.В., к.т.н., доц., Барановська К.В., магістрантка

НТУУ «КПІ», кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Насосні установки – це складні електромеханічні системи, що використовуються у всіх галузях промисловості, сільського та комунального господарства. Велика кількість наукових робіт присвячена дослідженню режимів роботи таких установок з метою побудови енергоефективних та оптимальних за енергоспоживанням систем керування. Однак поряд із цим дуже мало уваги приділяється гідравлічній мережі, як окремій невід’ємній складовій усього гідротранспортного комплексу. Навіть у будинку, що має декілька поверхів – це складна розподілена система, з великою кількістю споживачів та втратами, не кажучи вже про мережі цілого міста. Тому розробка математичного опису насосних комплексів з врахуванням особливостей чи просторового розподілення гідромережі є актуальним завданням.

Мета дослідження. Розробити математичну модель трьох паралельно-з’єднаних насосів з просторово-розподіленою мережею трубопроводів.

Математична модель. Представимо математичну модель трубопроводу у вигляді електричної схеми заміщення довгої лінії (рис.1) враховуючи при цьому закони подібності між гідравлічними та електричними колами [1]. На рисунку R_i – внутрішній опір, що пропорційний квадрату продуктивності $R_i Q_i^2$; $H_{c,i}$ – протинапір; L_i – фіктивна індуктивність, визначає час розповсюдження рідини; H_i, H_{i+1} – напір на початку та на кінці ділянки. Опори $R_{i,i+1}$ визначають втрати при подачі рідини до споживача або втрати через нещільність трубопроводу (якщо труба ідеальна і споживачі відсутні то $R_{i,i+1} = \infty$). Індуктивності $L_{i,i+1}$ характеризують час перехідних процесів у локальних мережах споживачів, $H_{c,i,i+1}$ – геодезичний перепад висот між місцем відгалуження труби і місцем споживання рідини. Фіктивні ємності $C_{i,i+1}$ створюють ефект поширення продуктивності вздовж трубопроводу і гарантують неможливість зміни стрибком напору. Q_i – продуктивність на i -ому відрізку. $Q_{i,i+1}$ – витрати споживачів між i -ою та $i+1$ -ою ділянками. H_1 – напір на виході насоса, n – кількість споживачів. Діоди на схемі описують зворотні клапани на трубопроводі.

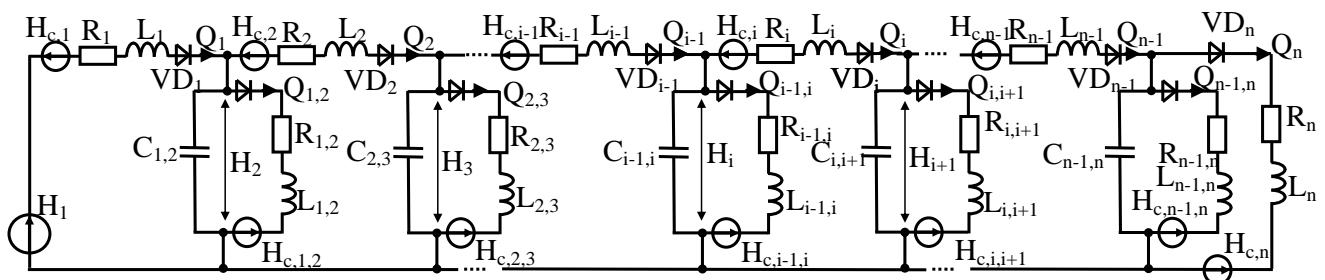


Рисунок 1 – Схема заміщення трубопроводу

Якщо $R_{i,i+1} = \infty$ то статична характеристика трубопроводу описується рівнянням:

$$H = H_c + RQ^2, \text{ де } H_c = \sum_{i=1}^n H_{c,i}, R = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (1)$$

Використовуючи перший та другий закони Кірхгофа, запишемо рівняння, які описують схему заміщення (рис.1) без урахування діодів:

$$\begin{aligned} H_1 - H_2 - H_{c,1} &= R_1 Q_1^2 + L_1 \frac{dQ_1}{dt}, H_2 - H_{c,1,2} = R_{1,2} Q_{1,2}^2 + L_{1,2} \frac{dQ_{1,2}}{dt}, \\ H_2 &= \frac{1}{C_{1,2}} \int_0^t (Q_1 - Q_2 - Q_{1,2}) dt, H_2 - H_3 - H_{c,2} = R_2 Q_2^2 + L_2 \frac{dQ_2}{dt}, \\ H_3 - H_{c,2,3} &= R_{2,3} Q_{2,3}^2 + L_{2,3} \frac{dQ_{2,3}}{dt}, H_3 = \frac{1}{C_{2,3}} \int_0^t (Q_2 - Q_3 - Q_{2,3}) dt, \\ H_{i-1} - H_i - H_{c,i-1} &= R_{i-1} Q_{i-1}^2 + L_{i-1} \frac{dQ_{i-1}}{dt}, H_i - H_{c,i-1,i} = R_{i-1,i} Q_{i-1,i}^2 + L_{i-1,i} \frac{dQ_{i-1,i}}{dt}, \\ H_i &= \frac{1}{C_{i-1,i}} \int_0^t (Q_{i-1} - Q_i - Q_{i-1,i}) dt, H_i - H_{i+1} - H_{c,i} = R_i Q_i^2 + L_i \frac{dQ_i}{dt}, \\ H_{i+1} - H_{c,i,i+1} &= R_{i,i+1} Q_{i,i+1}^2 + L_{i,i+1} \frac{dQ_{i,i+1}}{dt}, H_{i+1} = \frac{1}{C_{i,i+1}} \int_0^t (Q_i - Q_{i+1} - Q_{i,i+1}) dt, \\ H_{n-1} - H_n - H_{c,n-1} &= R_{n-1} Q_{n-1}^2 + L_{n-1} \frac{dQ_{n-1}}{dt} \\ H_n - H_{c,n-1,n} &= R_{n-1,n} Q_{n-1,n}^2 + L_{n-1,n} \frac{dQ_{n-1,n}}{dt}, \\ H_n &= \frac{1}{C_{n-1,n}} \int_0^t (Q_{n-1} - Q_n - Q_{n-1,n}) dt, H_n - H_{c,n} = R_n Q_n^2 + L_n \frac{dQ_n}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Сумарна кількість рівнянь у нелінійній системі (2) $3n-2$. Ця система є справедливою для усіх додатних продуктивностей. У випадку від'ємної величини відповідна продуктивність приймається рівною нулю.

Структурна схема трубопроводу згідно рівнянь (2) та останнього зауваження представлена на рис. 2. Схема представлена таким чином, щоб вихідними координатами були витрати споживачів (усього n координат).

Система трьох паралельно з'єднаних насосів, що забезпечують стабілізацію тиску, зображена на рис.3, на якому позначено Q_1, Q_2, Q_3 – продуктивності 1-го, 2-го та 3-го насосів; Q – сумарна продуктивність насосів; χ_1, χ_2, χ_3 – сталі інтегрування відповідних насосів; χ – стала інтегрування мережі; H – напір 1-го, 2-го та 3-го насосів.

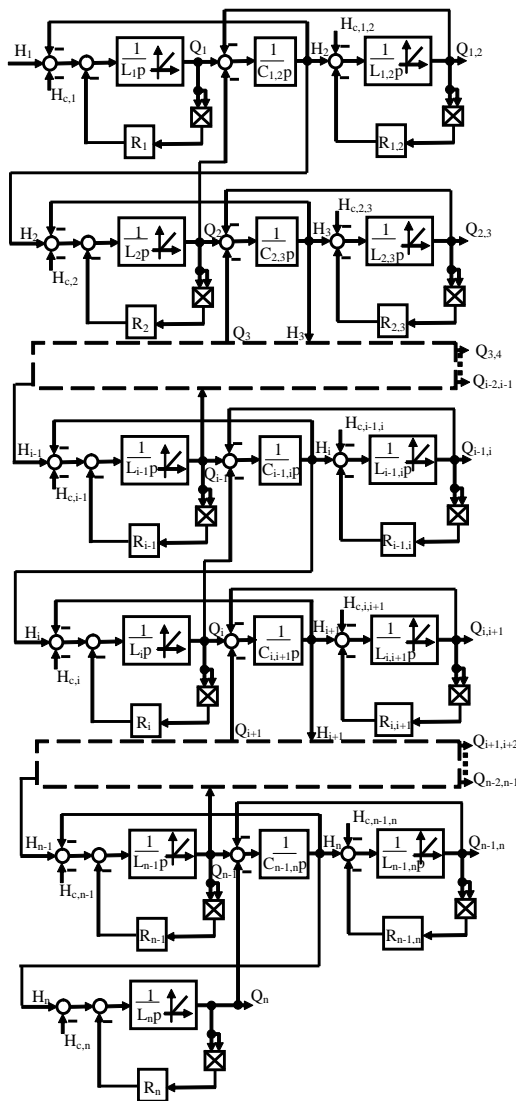


Рисунок 2 – Структурна схема трубопроводу

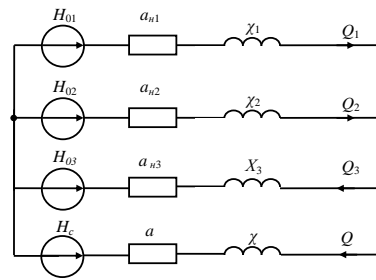


Рисунок 3 – Еквівалентна схема заміщення трьох паралельно працюючих насосів

Дана схема описується наступною системою рівнянь [2]:

$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{H_{01n}\omega_1^2}{\omega_{n1}^2\chi_1} - \frac{a_{n1}Q_1^2}{\chi_1} - \frac{H}{\chi_1}; \quad \frac{dQ_2}{dt} = \frac{H_{02n}\omega_2^2}{\omega_{n2}^2\chi_2} - \frac{a_{n2}Q_2^2}{\chi_2} - \frac{H}{\chi_2};$$

$$\frac{dQ_3}{dt} = \frac{H_{03n}\omega_3^2}{\omega_{n3}^2\chi_3} - \frac{a_{n3}Q_3^2}{\chi_3} - \frac{H}{\chi_3}; \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{H}{\chi} - \frac{H_{ct}}{\chi} - \frac{aQ^2}{\chi}; \quad (3)$$

$$M_{C1} = \frac{\rho g Q_1 H}{\eta_{нас1} \omega_1}; \quad M_{C2} = \frac{\rho g Q_2 H}{\eta_{нас2} \omega_2}; \quad M_{C3} = \frac{\rho g Q_3 H}{\eta_{нас3} \omega_3};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

Отримана модель (рис.2, і система (3)) доповнюється моделлю привідного АД та перетворювача частоти або напруги [3], в яких враховується залежність H_{MAX} від швидкості обертання двигуна та залежність моменту опору двигуна від потужності, споживаної насосом.

Висновки. Розроблена математична модель для 3-х паралельно працюючих насосів враховує просторовий розподіл мережі водогону і дозволяє прогнозувати напір та витрати води на відстані від насосу, а також, підтримувати тиск у всій системі на постійному рівні.

Перелік посилань

1. Кіселичник О.І. Математична модель насосу з урахуванням просторового розподілу трубопроводу / О.І. Кіселичник, С.О. Бур'ян, М.В. Пушкар // Доповіді за матеріалами Міжнар. науково-техн. конф. молодих учених, аспірантів та студентів. Сучасні проблеми електротехніки та автоматики. Том 2, Київ: «Політехніка», 2009. с.23-26.
2. Бур'ян С.О. Двоканальна екстремальна електромеханічна система автоматичного керування паралельно з'єднаними насосами водопостачання / С.О. Бур'ян // Інформаційний збірник Промелектро. «Промислова електроніка та електротехніка». Випуск №4-5 2011 р. с. 10-16.
3. O.Kiselychnyk, M.Bodson, H.Werner, "Overview of Energy Efficient Control Solutions for Water Supply Systems"/ Transactions of KSPU, N3/2009 (56), part 1, 2009. pp.40-45.