

ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВІДЦЕНТРОВИХ НАСОСНИХ УСТАНОВОК

Первєєв С.В., Петровський Я.І., студенти, Бур'ян С.О., к.т.н., ст. викладач
НТУУ «КПІ», кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. Відцентрова насосна установка – це складна багатопараметрична нелінійна електромеханічна система, в якій протікають електричні, механічні та гідравлічні процеси. На даний час не існує досить точного математичного опису такої системи, який би детально враховував всі гідромеханічні явища. Зазвичай, в усталеному режимі насосна установка описується диференціальними рівняннями першого порядку [1], але при зміні режиму роботи, виникненні гідравлічних ударів, явищ кавітації та інших процесів у гідравлічній мережі або у самому насосі, таке представлення не дає точних результатів. Тому актуальним завданням є аналіз існуючих способів представлення математичного опису насосних установок та зробити висновки щодо їх адекватності.

Мета роботи. Метою роботи є виконання аналітичного огляду різних математичних моделей відцентрових насосних установок з метою виявлення більш точного їх представлення.

Матеріали і результати досліджень. На основі моделі ідеалізованої гідравлічної машини за допомогою використання методу електрогідравлічної аналогії у роботі [2] було отримане модифіковане рівняння Ейлера у вигляді балансу тисків

$$\rho g H_{\infty} = \rho g H_0 - R_t Q_{\infty}, \quad (1)$$

де H_{∞} , Q_{∞} – відповідно поточні значення напору та витрат на виході насосу; $H_0 = H_{\infty}^{xx}$ – напір насосу в режимі холостого ходу, аналог ЕРС в електричному колі постійного струму визначається, як

$$H_0 = \frac{1}{g} \left(\frac{\pi n}{60} \right)^2 (D_2^2 - D_1^2) = const, \quad (2)$$

R_t – внутрішній гідравлічний опір насосу, який є постійною величиною, що не залежить від режиму роботи насосу і визначається

$$R_t = \frac{\rho n}{60} \left(\frac{ctg(\beta_{2л})}{b_2} - \frac{ctg(\beta_{1л})}{b_1} \right) = const, \quad (3)$$

D_2, D_1 – відповідно зовнішній та внутрішній діаметр, b_2, b_1 – вихідна і вхідна ширина лопаті, $\beta_{2л}, \beta_{1л}$ – вихідний та вхідний лопатні кути робочого колеса насосу; ρ, g – відповідно густина робочої рідини та прискорення вільного падіння.

Такий математичний опис враховує конструкцію насосної установки та може бути використаний як при частотному регулюванні, так і при регулюванні шляхом зміни кута нахилу лопаток робочого колеса насосу.

У цій роботі також розглянуто модель реальної гідравлічної машини за допомогою використання методу електрогідравлічної аналогії, що доповнена нелінійними гідроопорами, на яких виділяється енергія втрат, зокрема вплив кінцевої кількості лопатей на витрати та напір насосу.

Подібна математична модель відцентрового насоса, яка базується на спільному розгляді механічних, гідравлічних та електричних підсистем, з яких складається комплекс у цілому розглянута у [3]. В основі методики побудови математичної моделі відцентрового насоса з використання схем заміщення, що дає можливість записувати рівняння для знаходження значень струмів та напруг у ланцюгах.

Модель відцентрового насоса, що побудована за комплексним методом представлена у [4]. Її суть заключається в тому, що встановлено енергетичний зв'язок між моделями асинхронного двигуна і відцентрового насоса (ВН) згідно балансу механічної і гідравлічної потужностей, який відображається рівнянням Ейлера для гідравлічних машин.

Баланс механічної і гідравлічної потужностей насосного агрегату

$$M_c \omega_m = \rho g H_\infty Q_\infty, \quad (4)$$

де H_∞ – напір ідеального ВН який відображає питому енергію, що передається від колеса з нескінченною кількістю лопатей ідеальній рідині для її переміщення; ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння; Q_∞ – об'ємні витрати рідини ВН; ω_m – кутова частота обертання робочого колеса насоса. Рівняння Ейлера для ВН з урахуванням геометричних розмірів робочого колеса має вигляд

$$\rho g H_\infty = \rho \omega_m \left(\omega_m (R_2^2 - R_1^2) - \frac{Q_\infty}{2\pi} \left(\frac{\text{ctg} \beta_2}{b_2} - \frac{\text{ctg} \beta_1}{b_1} \right) \right), \quad (5)$$

де R_2, R_1 – зовнішній і внутрішній радіуси робочого колеса; $b_2, b_1, \beta_2, \beta_1$ – відповідно ширина і кут нахилу лопаті на виході і воді колеса ВН.

Таке врахування енергетичного зв'язку досить точно описує перетворення енергії між насосом та двигуном, але не враховує змінні втрати енергії у самому насосі.

Математична модель ВН, яка враховує вібрацію ротора ВН з двостороннім входом розглянута у [5]. В цій моделі основною причиною виникнення гідродинамічних збурень було обрано перетин каналами робочого колеса «тіні язика», розміщеного у підводі насосу.

Динамічна модель ВН, який працює з регульованим ЕП розглянута у роботі [6]. Дана модель представлена у формі рівнянь Рікатті, яке отримане в результаті апроксимації напірної характеристики реального відцентрового насосу

$$H_p = aQ^2 + bQ\omega + c\omega^2, \quad (6)$$

де a, b, c – постійні коефіцієнти зумовлені геометрією конструкції насоса. Ці коефіцієнти можна визначити з апроксимованого рівняння, як коефіцієнти при вхідних змінних Q та ω . Це рівняння показує вплив потоку та швидкості на вихідний напір ВН; Q – потік ВН, ω – швидкість обертання валу ВН.

Момент, що створюється ВН поданий у схожій формі

$$T_p = dQ^2 + eQ\omega + f\omega^2. \quad (7)$$

Момент тертя $T_{friction}$ як функція від коефіцієнту в'язкого тертя B та швидкості обертання може додаватися до моменту ВН для формування моменту навантаження T_L за наступним виразом

$$T_L = T_p + T_{friction} = T_L + B \cdot N. \quad (8)$$

Висновки. На основі виконаного аналітичного огляду математичних моделей відцентрових насосних установок, можна побачити, що представлення гідромеханічної підсистеми насосу досить неточне та не враховує змінні втрати у насосі, що виникають при зміні режиму його роботи, процеси кавітації та гідроудари, та інші явища у гідромережі та у самому насосі. Врахування внутрішньої конструкції насосу у роботах [2] та [4] дозволяє використовувати додатковий канал регулювання за допомогою зміни кута нахилу лопаток робочого колеса насосу. Уточнення дії моменту навантаження на двигун з врахуванням в'язкого тертя у насосі здійснюється тільки у роботі [6]. Загалом, для більш точного та детального аналізу режимів роботи насосних установок та комплексів, необхідно розробити узагальнену математичну модель, яка враховуватиме як особливості конструкції насосу та змінні втрати у ньому, так і фізику процесів, що протікають у насосі.

Перелік посилань

1. Бур'ян С.О. Двоканальна екстремальна електромеханічна система автоматичного керування насосною установкою / С.О. Бур'ян, Т.В. Гришук // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – №28, – с. 176-179.
2. Костишин В.С. Моделювання режимів роботи ІВН на основі електрогідравлічної аналогії: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора техн. наук: спец. 05.15.13 – «Нафтогазопроводи, бази та сховища» / В.С. Костишин – Івано-Франківськ, 2003. – 35 с.
3. Лисенко О.О. Дослідження електротехнічних комплексів із використанням динамічних моделей відцентрових насосів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.09.01 – «Електротехнічні комплекси та системи» / О.О.Лисенко – Омськ, 2012. – 21с.
4. [Електронний ресурс]: база даних / Электронное научно-техническое издание НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ. – Електрон. Дані. – Москва, 2011. – Режим доступу: <http://technomag.edu.ru/doc/274914.html>
5. [Електронний ресурс]: база даних /International Journal of Science and Engineering Investigations. – Електрон. дані. – Tabriz, 2012. – Режим доступу: <http://www.ijsei.com/papers/ijsei-10512-09.pdf>
6. Алексеева Ю.А. Динамические режимы экстремальной системы автоматического управления гидротранспортным комплексом / Ю.А. Алексеева, Т.В. Коренькова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Електротехніка і енергетика». – Донецьк: ДНТУ, 2011. – №11. – С. 24-30.