

# СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ МОРСКОГО ПОВИЖНОГО ОБЪЕКТА (СУПЕРТАНКЕР)

**Кудин В.Ф., проф.; Гайдамака А.Г., Белецкий О.А., студенты кафедра автоматизации электромеханических систем и электропривода**

**Введение.** Проблема синтеза регуляторов является одной из центральных в теории автоматического регулирования. Первые ее решения относятся к 40-м годам, когда складывались частотные и корневые методы синтеза, а также методы, использующие интегральные оценки [1]. При отклонении супертанкера на угол  $\psi$  от заданного курса движок, связанный с гироскопом, смещается с нулевой точки. В результате на усилитель подается напряжение, пропорциональное углу отклонения  $\psi$ . Оно приводит в движение исполнительный орган схемы рисунка 1. При этом вследствие отклонения руля на угол  $\delta$  супертанкер возвратится в требуемое положение [2]. Быстрая отработка ошибок по углу рысканья и угловой скорости супертанкера лежит в основе синтеза оптимального регулятора. Качества переходного процесса: перерегулирование, быстродействие зависят от вида регулятора. Данная статья посвящена сравнению оптимального регулятора, построенного на основе анализа квадратичного минимизированного функционала и - построенного на основе степенных форм.

**Постановка задачи.** Задача состоит в том, чтобы синтезировать оптимальный регулятор для структурной схемы 1

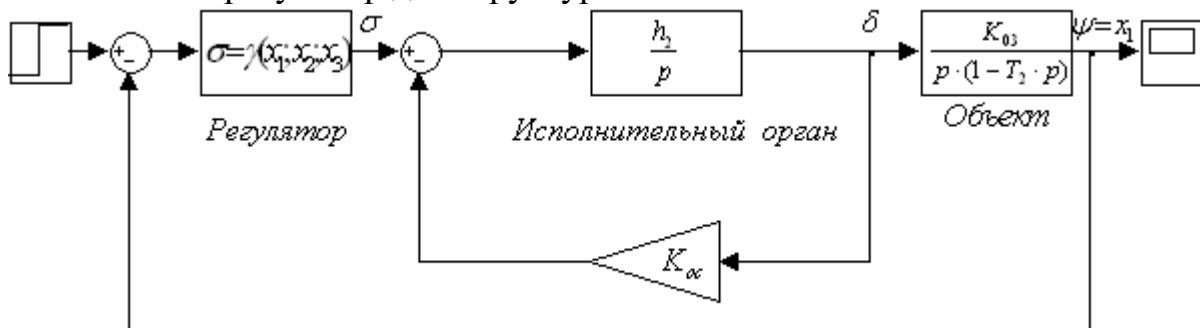


Рисунок 1 – Структурная схема супертанкера.

**Параметры модели.**  $K_{03} = 30$ ;  $T_2 = 8 \text{ с}$ ;  $h_2 = 0.03$ ;  $K_{oc} = 100$ ;

**Решение задачи синтеза:** Исходная модель состоит из объекта управления, исполнительного органа, который представлен в виде ПИ-регулятора с сильной отрицательной обратной связью.

Дифференциальные уравнения, описывающие модель выглядят так:

$$\text{где } x_3 = \delta; \quad a = \frac{K}{T_1}; \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = c_1 \cdot x_2 - d \cdot x_3; \\ \dot{x}_3 = a \cdot \sigma - b \cdot x_3; \end{cases} \quad K = \frac{1}{K_{oc}}; \quad T_1 = \frac{1}{K_{oc} \cdot h_2}; \quad b = \frac{1}{T_1}; \quad c_1 = \frac{1}{T_2}; \quad d = \frac{K_{03}}{T_2};$$

**Синтез исполнительного органа:** передаточная функция исполнительного органа представляет собой апериодическое звено первого порядка с малой постоянной времени  $W(p) = \frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$ ;

Так как  $T_1 \ll T_2$ , то постоянную времени  $T_1$  можно приравнять к нулю, тогда передаточная функция исполнительного органа будет представлять собой усиительное звено с коэффициентом усиления  $K_{II} = K$ ;

Дифференциальные уравнения, описывающие модель с синтезированным исполнительным органом выглядят так:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = a \cdot x_2 - b \cdot \sigma; \end{cases} \quad \text{Где } a = \frac{1}{T_2}; \quad b = \frac{K}{T_2}; \quad K = K_I \cdot K_{II}; \quad \text{Выбран данный}$$

минимизируемый функционал:

$$\min_{\sigma} J = \int_0^{\infty} (\alpha_1 \cdot x_1^2 + \alpha_2 \cdot x_2^2 + \alpha_3 \cdot x_1^4 + \alpha_4 \cdot x_2^4 + c \cdot \sigma^2) d\sigma;$$

Для заданной модели управляемого объекта и выбранного критерия оптимальности функциональное уравнение Беллмана выглядит так:

$$\min_{\sigma} = [\alpha_1 \cdot x_1^2 + \alpha_2 \cdot x_2^2 + \alpha_3 \cdot x_1^4 + \alpha_4 \cdot x_2^4 + c \cdot \sigma^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot (a \cdot x_2 - b \cdot \sigma)] = 0 \quad (1)$$

$$\text{Минимум этого выражения: } 2 \cdot c \cdot \sigma - b \cdot \frac{\partial V}{\partial x_2} = 0; \quad (2)$$

Из выражения (2), получено уравнение оптимального регулятора:  $\sigma = \frac{b}{2 \cdot c} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_2}$ ;

Исключая  $\sigma$  из уравнения (1), получим уравнение Ляпунова Якоби - Беллмана:

$$\alpha_1 \cdot x_1^2 + \alpha_2 \cdot x_2^2 + \alpha_3 \cdot x_1^4 + \alpha_4 \cdot x_2^4 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot x_2 + a \cdot \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_2 = \frac{b^2}{4 \cdot c} \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x_2} \right)^2 \quad (3)$$

Решение уравнения (3) ищется в виде последовательности степенных форм:

$$V(x_1; x_2) = V^2(x_1; x_2) + V^4(x_1; x_2) + \dots + V^{2n}(x_1; x_2); \quad (4)$$

Рассмотрим решение уравнения (3), взяв во внимание первые два члена выражения (4):

$$V(x_1; x_2) = K_{11} \cdot x_1^2 + 2 \cdot K_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + K_{22} \cdot x_2^2 + K_{13} \cdot x_1^4 + 4 \cdot K_{14} \cdot x_1^3 \cdot x_2 + 6 \cdot K_{15} \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 + 4 \cdot K_{16} \cdot x_1 \cdot x_2^3 + K_{17} \cdot x_2^4;$$

После несложных преобразований, получим систему уравнений Риккати, решение системы (5) даст значения коэффициентов  $K_{ij}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{b^2}{c} K_{12}^2; \\ \alpha_2 + 2K_{12} + 2aK_{22} = \frac{b^2}{c} K_{22}^2; \\ \alpha_3 = \frac{4b^2}{c} K_{12} K_{14}; \\ \alpha_4 + 4K_{16} + 4aK_{17} = \frac{4b^2}{c} K_{22} K_{17}; \\ K_{11} + aK_{12} = \frac{2b^2}{c} K_{12} K_{22}; \\ 12K_{15} + 12aK_{16} = \frac{b^2}{c} (4K_{12} K_{17} + 12K_{22} K_{16}); \\ 4K_{13} + 4aK_{14} = \frac{b^2}{c} (12K_{12} K_{15} + 4K_{22} K_{14}); \\ 12K_{13} + 12aK_{15} = \frac{b^2}{c} (12K_{12} K_{16} + 12K_{22} K_{15}); \end{array} \right. \quad (5)$$

Получили уравнение нелинейного оптимального регулятора:

$$\sigma = \frac{b}{2 \cdot c} \cdot (2K_{12}x_1 + 2K_{22}x_2 + 4K_{14}x_1^3 + 12K_{15}x_1^2x_2 + 12K_{16}x_1x_2^2 + 4K_{17}x_2^3); \quad (6)$$

Из полученного уравнения (6) строятся следующие функциональные схемы:

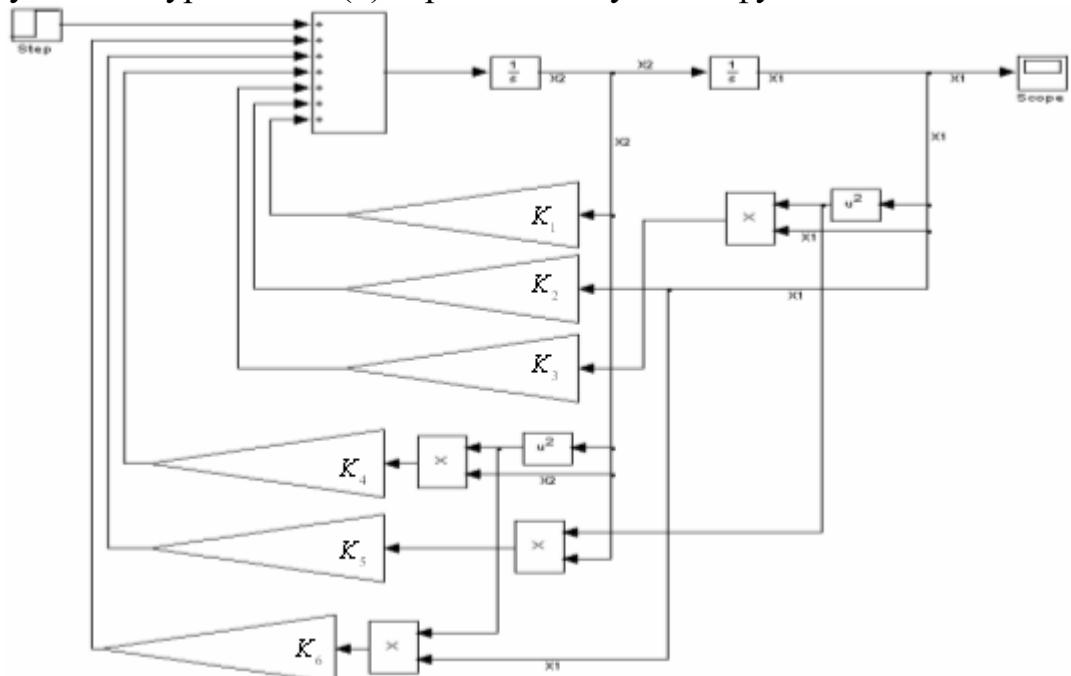


Рисунок 2 – Функциональная схема супертанкера с нелинейным оптимальным регулятором.

$$K_1 = a - \frac{b^2}{c} \cdot K_{22}; \quad K_2 = -\frac{b^2}{c} \cdot K_{12}; \quad K_3 = -\frac{2b^2}{c} \cdot K_{14}; \quad K_4 = -\frac{2b^2}{c} \cdot K_{17}; \quad K_5 = -\frac{6b^2}{c} \cdot K_{15}; \quad K_6 = -\frac{6b^2}{c} \cdot K_{16};$$

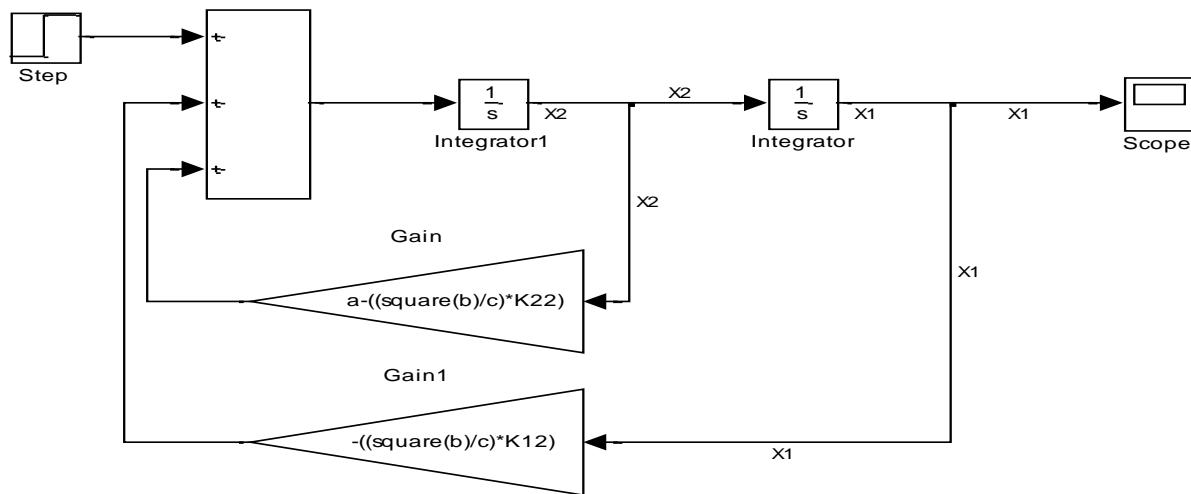


Рисунок 3 – Функциональная схема супертанкера с линейным оптимальным регулятором.

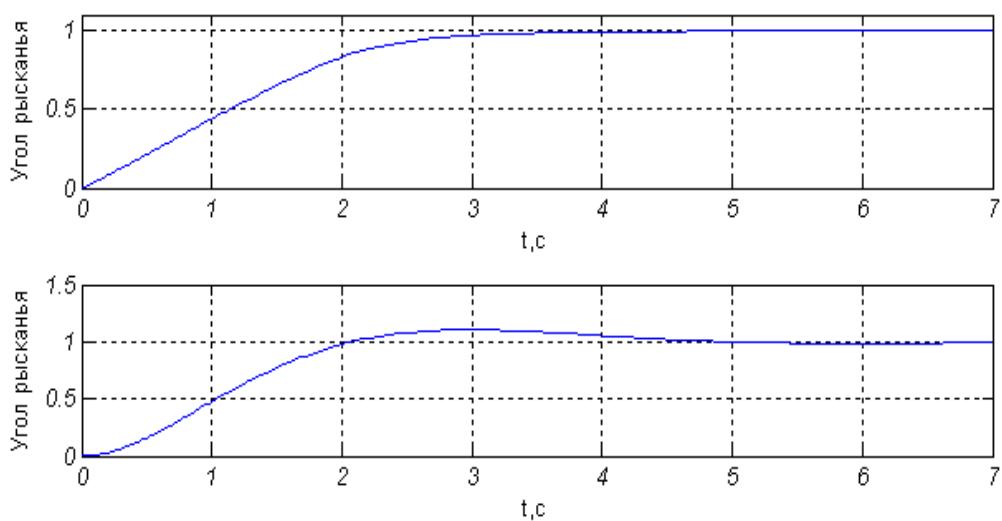


Рисунок 4 – Графики переходного процесса супертанкера с нелинейным оптимальным регулятором (сверху) и линейным оптимальным регулятором (снизу)

**Вывод:** Использование нелинейного оптимального регулятора имеет ряд преимуществ от линейного, а именно: быстродействие системы увеличивается, перерегулирование отсутствует, что свидетельствует о лучших качествах переходного процесса. Использование нелинейного регулятора значительно повышает качества динамической системы и переходного процесса.

#### Перечень ссылок

- 1.Александров А.Г., Синтез регуляторов многомерных систем. – М., 1986, 272 с.
- 2.Бесекерский В.А., Теория систем автоматического регулирования, 768 стр.