

ІНВАРІАНТНЕ СУБОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ КУТОВИМ РУХОМ НЕСТІЙКОГО КЕРОВАНОГО ОБ'ЄКТУ

Кудін В.Ф., проф.; Нікітенко О.В., магістрант

кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. В багатьох публікаціях відомих вчених та дослідників з теорії керування ставиться задача синтезу регуляторів для нелінійних систем керування нестійкими об'єктами[1,4]. Проте, рішення цих задач за допомогою математичного апарату аналітичного конструювання регуляторів присвячено набагато менше робіт. Це пов'язано зі значним ускладненням апарату синтезу для систем високого порядку.

Мета досліджень. В даній роботі ставиться задача пошуку оптимального закону керування в кутовій системі стабілізації літального апарату за допомогою сполучення методу динамічного програмування Беллмана та методу інваріантного занурення.

Матеріали досліджень. В системі присутня нелінійна ланка типу «насичення» та діє зовнішнє збурення. Нестійкий об'єкт керування та нелінійна ланка породжують явище нестійкого граничного циклу в системі. Регулятор має забезпечувати стійкість системи при відпрацюванні початкових умов, мінімальну енергію керування та високі показники якості перехідного процесу. Структурна схема досліджуваної САК показана на рисунку 1[2,4]:

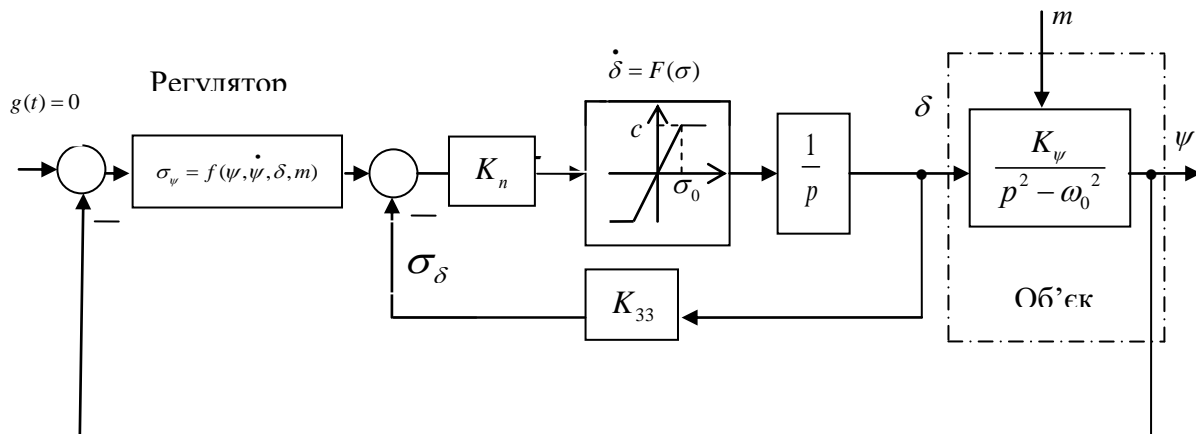


Рисунок 1 – Структурна схема САК

$K_n = 200; K_\psi = 1; K_{33} = 1. x_{1m} = 0.05 \text{ рад} \quad x_{2m} = 0.5 \text{ рад/с}; \sigma_m = 0.2 \text{ А};$

Повна математична модель кутового руху літального апарату має наступний вигляд в формі Коші:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = \omega_0^2 x_1 + K_\psi \delta - x_4; \\ \dot{x}_3 = F(\sigma); \\ \dot{x}_4 = -ax_4 + bf(t); \end{cases} \quad (1)$$

Тут: $x_1 = \psi; x_2 = \dot{\psi}; x_3 = \delta; x_4 = m;$

$f(t)$ - не випадкова функція, що має назву координатної [5].

Графік функції $f(t)$ показаний на рисунку 2.

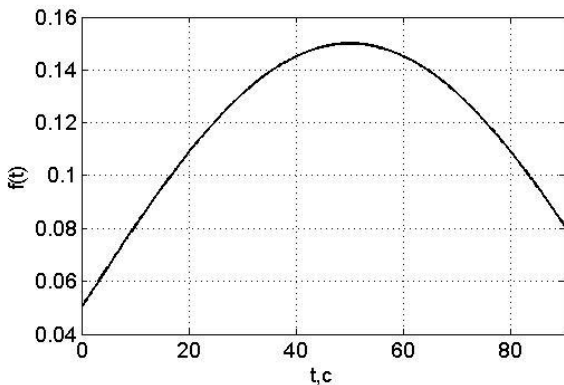


Рисунок 2 – Графік функції $f(t)$

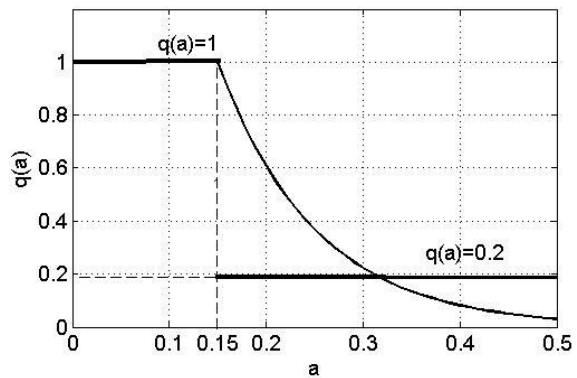


Рисунок 3 – Графік зміни $q(a)$

Мінімізуємий функціонал для системи (1) матиме вигляд:

$$\min_{\sigma} J = \int_0^{\infty} (\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + c \sigma^2) dt; \quad (2)$$

Тут α_1, α_2, c - вагові константи, x_1, x_2 - фазові змінні стану.

Апроксимуємо систему (1) згідно з методикою, що описана в [3]. Графік зміни коефіцієнта гармонічної лінеаризації показано на рис. 3.

1 етап – рішення задачі АКОР «в малому» $q_1(a) = 1$. Виходячи з постановки задачі маємо:

$$\alpha_1 = \left(\frac{1}{x_{1m}}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.1}\right)^2 = 100; \quad \alpha_2 = \left(\frac{1}{x_{2m}}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1; \quad c = \left(\frac{1}{\sigma_m}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.1}\right)^2 = 100; \quad (3)$$

На даному етапі закон керування матиме вигляд:

$$\sigma_1 = -\frac{q_1(a)}{c} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right) = -0.6548x_1 - 1.054x_2 - 0.802x_3 - 0.0048x_4 \quad (4)$$

2 етап – рішення задачі АКОР «у великому» $q_1(a) = 0.2$. Визначимо область фазової площини:

$$\alpha_1 = 25; \quad \alpha_2 = 0.44; \quad c = 1.5;$$

Закон керування матиме вигляд:

$$\sigma_2 = -\frac{q_2(a)}{c} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right) = -0.5625x_1 + 0.1272x_2 + 0.251x_3 - 0.0048x_4; \quad (5)$$

або

$$u_2 = \text{sat}(-0.6548x_1 - 1.054x_2 - 0.802x_3 - 0.0048x_4 - \Delta k_1 x_1 - \Delta k_2 x_2 - \Delta k_3 x_3); \quad (6)$$

3 етап – визначення нових допустимих керувань та «зшивання» миттєвих значень керувань. Оскільки, для різних областей фазового простору коефіцієнти регулятора змінюються за параметрами k_1, k_2 та k_3 , то керуючим впливом будемо вважати варіацію $\Delta k_1, \Delta k_2$ та Δk_3 .

$$\min_{\Delta k_1, \Delta k_2, \Delta k_3} J = \int_0^{\infty} (\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2 + c_1 \Delta k_1^2 + c_2 \Delta k_2^2 + c_3 \Delta k_3^2) dt; \quad (7)$$

$$\Delta k_1 = -\frac{q_2(a)}{2c_1} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_1; \Delta k_2 = -\frac{q_2(a)}{2c_2} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_2; \Delta k_3 = -\frac{q_2(a)}{2c_3} \frac{\partial V}{\partial x_3} x_3; \quad (8)$$

Рівняння Беллмана-Ляпунова в цьому випадку буде наступним:

$$\begin{aligned} & \alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial V}{\partial x_2} (\omega_0^2 x_1 + K_{\psi} x_3 - x_4) + \frac{\partial V}{\partial x_4} q_2(a) (k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3) = \\ & = \frac{q_2(a)^2 x_1^2}{4c_1} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^2 + \frac{q_2(a)^2 x_2^2}{4c_2} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^2 + \frac{q_2(a)^2 x_3^2}{4c_3} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^2; \end{aligned} \quad (9)$$

Враховуючи значення вагових констант маємо:

$$u_2 = -sat(0.6548x_1 + 1.054x_2 + 0.802x_3 + 0.0048x_4 + 0.3181x_1x_3 + 0.0501x_1^2 - 0.01132x_1x_2 + 0.00201x_1x_4 + 0.1938x_2x_3 - 0.0718x_2^2 + 0.0011x_2x_4 + 0.02012x_3^2 + 0.0718x_4x_3) \quad (10)$$

Дослідимо динаміку замкнутої оптимізованої системи методом цифрового моделювання за допомогою пакета Matlab v.7. Будемо спостерігати реакцію системи на відпрацювання початкових умов по куту рискання ψ (рис.3-а) при дії збурення(рис.3-б), інформацію про яке будемо отримувати, сконструювавши спостерігач за методикою, описаною в [4].

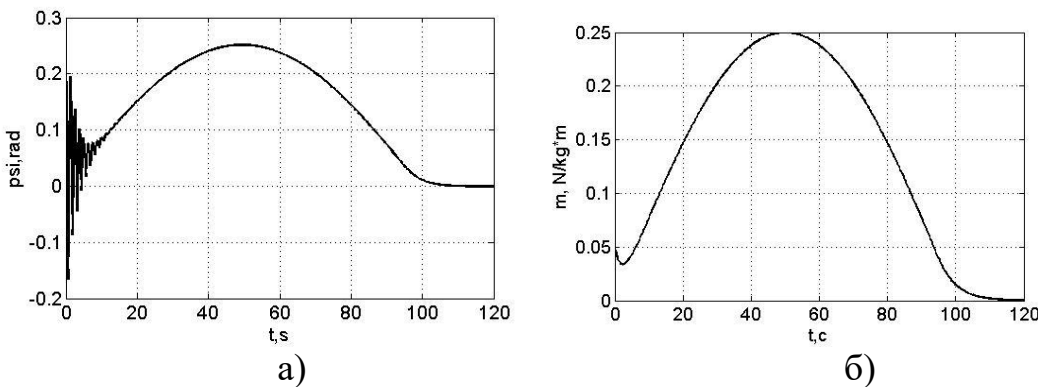


Рисунок – 4. Графіки зміни кута рискання (а), та приведенного моменту збурення (б).

Висновки. Моделювання показало, що синтезований нелінійний регулятор забезпечує компенсацію збурення. Таким чином, мети дослідження було досягнуто.

Перелік посилань

1. Минкин Ю.Б. Об устойчивости в большом движущихся собственно неустойчивых объектов. Электромеханика, Известия ВУЗов №7, 1989г.
2. Александров С.С., Козлов Е.П., Кузнецов Б.И. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами, том 2, автоматичне керування рухом літальних апаратів. - Х.: НТУ ХПІ, 2006.
3. Булатов В.Н. Методы погружения в задачах оптимизации. Новосибирск. Наука. 1977г.
4. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: «Машиностроение», 1976, 184с.
5. В.Г. Сухоробрый, М.И. Никифорова. Оценка вероятности технической устойчивости ракеты-носителя методом аппроксимации закона распределения хвоста критериальной функции. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии №41, Х.:НАУ «ХАИ», 2009г.